CONSERVATOIRE NATIONAL SUPÉRIEUR
DE MUSIQUE ET DE DANSE DE PARIS

Travail d'étude personnel

Cycle supérieur

TENTAMEN
NOVAE THEORIAE
MVSICAE
EX
CERTISSIMIS
HARMONIAE PRINCIPIIS
DILVCIDE EXPOSITAE.
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO.

PETROPOLI, EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.
clɔlɔccxxxix.

Un regard musicien sur l'essai de 1739 de Leonhard Euler

Élève : Samuel Plantard

Tuteur : Pierre Cazes

Année scolaire 2018/2019

Conservatoire national supérieur de musique et de danse de Paris

Communication des mémoires et travaux d’étude personnels (TEP)

Je, soussigné Plantard, Samuel, auteur du travail écrit intitulé *Tentamen novae musicae theoriae, un regard musicien sur l'essai de 1739 de Leonhard Euler*, déclare autoriser la libre consultation de cet ouvrage.

J’autorise sa mise en ligne sur le site du Conservatoire X oui ☐ non

J’autorise les copies de l’exemplaire déposé à la médiathèque ☐ oui X non

10/05/2019

Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae (ou Essai d'une nouvelle théorie de la musique exposée en toute clarté selon les principes de l'harmonie les mieux fondés) est le premier ouvrage d'une partie méconnue de l'œuvre de Leonhard Euler, portant sur la musique. Le célèbre mathématicien y expose les fondements d'une théorie originale de l'harmonie, avant de l'appliquer à la musique en général. Le but de ce travail est d'approcher de la perspective du musicien ce qui jusqu'à présent n'a été envisagé que par des scientifiques experts. Nous y resituons le système eulérien dans son contexte historique, avant d'en développer l'enjeu musical. Puis nous exposons les principes du suavitatis gradus *- élément phare de l'essai d'Euler - avant de détailler ses applications musicales, à savoir les genres de musique, les genres d'accords et les modes, espérant rendre ces notions plus accessibles aux musiciens d'aujourd'hui, et encourager ces derniers à parcourir eux-mêmes les pages du traité d'Euler.*

Mots-clés : Tentamen novae theoriae musicae ; Leonhard Euler ; harmonie ; degré d'agrément ; consonance ; exposant ; genres de musique ; intonation pure ; traité de musique ; théorie de la musique.

Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae (or Essay of a new theory of music exposed in all clearness according to the most well-founded principles of harmony) is the first piece of an unheralded part of Leonhard Euler's work, about music. The renowned mathematician develops through this thesis the basis of an original theory of harmony, and applies it to music in general. The aim of our study is to approach from the musician's point of view what has hitherto only been regarded by skilled scientists. We put the eulerian system back in the historical context where it was imagined and we develop its musical end. Then we expose the principles of the suavitatis gradus *- main ingredient of Euler's essay - before specifying its musical applications, that are musical genera, chords genera, and modes, hoping those concepts will become more accessible for today's musicians and that it will encourage them to look into Euler's treatise themselves.*

Keywords : Tentamen novae theoriae musicae ; Leonhard Euler ; harmony ; degree of agreeableness ; consonance ; exponent ; musical genera ; just intonation ; music treatise ; music theory.

Table des matières

Prolégomènes

Euler et la musique

Leonhard Euler naît le 15 avril 1707 à Bâle. En 1725, sur les conseils de son professeur Johann I Bernoulli[1], il abandonne sa perspective de carrière ecclésiastique afin de cultiver son génie mathématique. Il part donc en 1727 pour l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg où il enseignera la physique puis la mathématique. C'est à cette période qu'il rédige son *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae,* achevé en 1731, puis publié en 1739[2]. L'instabilité politique dans la Russie de 1741 le pousse à quitter Saint-Pétersbourg pour Berlin où il assurera les fonctions de directeur de la classe de mathématiques de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Prusse. Ses relations avec Frédéric II sont mouvementées, c'est pourquoi il décide de répondre à l'invitation de Catherine la Grande et de retourner en 1766 à Saint-Pétersbourg, où il mourra le 18 septembre 1783.

Aujourd'hui, Euler est reconnu comme l'un des plus brillants savants de l'histoire des sciences, et son apport considérable à la mathématique le place aux côtés de Pythagore, Mersenne ou encore Descartes[3]. Il n'est donc pas surprenant que, comme ses illustres prédécesseurs, il se soit intéressé à la musique. Toutefois, il est difficile de savoir comment Euler la pratiquait : était-elle simple sœur de l'arithmétique, de la géométrie et l'astronomie au sein du quadrivium, ou signifiait-elle quelque chose de plus pour lui ?

[1] La famille Bernoulli présente la particularité de comporter une impressionnante lignée de huit brillants mathématiciens en l'espace de seulement cent cinquante ans. Comme plusieurs portent le même nom, l'usage leur attribue un numéro afin de les distinguer au sein de la généalogie. Jakob I et son frère Johann I sont les deux premiers de cette lignée. Paul Euler - père de Leonhard - a étudié les mathématiques auprès de Jakob I avant de se lier d'amitié avec Johann I, auprès duquel le jeune Euler se perfectionnera. Les deux familles resteront toujours proches, Leonhard étant ami avec Nicolaus II et Daniel, fils de Johann I.

[2] Le texte original est publié en latin, c'est à Bruxelles en 1839 qu'un traducteur anonyme en propose une version française, sous le titre *Essai d'une nouvelle théorie de la musique, exposée en toute clarté selon les principes de l'harmonie les mieux fondés*. Cette version, reproduite dans **[14]** vol.1, ne sera publiée qu'en 1865 à Paris dans *Musique mathématique : la musique rendue facile par le système de la notation lettrée, ou essai d'une nouvelle théorie de la musique, fondée sur les connaissances physiques et métaphysiques appliquées aux vrais principes de l'harmonie* (Librairie scientifique et philosophique).

[3] Ces trois mathématiciens ont largement contribué à la théorie de la musique, voir notamment **[27]** pour Mersenne, et DESCARTES René, *Compendium musicae (Abrégé de musique)*, Paris, P.U.F., 1987 (éd. originale : 1650).

Nicolaus Fuss, assistant d'Euler entre 1773 et 1783, décrit le rapport de son maître à la musique dans son *Éloge funèbre* ainsi[4] :

> Un des principaux délassements que M. Euler se permit, c'était la musique ; & même il ne s'y abandonna qu'accompagné de son esprit géométrique. En se livrant aux sensations agréables de l'harmonie, il en approfondissait la cause, & au milieu de ses accords il en calculait les proportions. Et on peut dire que c'est pour son délassement et dans ses moments de repos que son esprit cherchait pour se recueillir qu'il composa son Essai d'une nouvelle Théorie de Musique publié en 1739. Ouvrage profond et rempli d'idées neuves ou présentées sous un nouveau point de vue ; mais qui n'eut pas un grand succès, apparemment pour la seule raison qu'il renferme trop de Géométrie pour le Musicien et trop de Musique pour le Géomètre.

Cette dernière phrase est particulièrement révélatrice, car elle définit la position particulière d'Euler face à la musique : celle d'un géomètre musicien amateur, refusant toutefois de ne considérer que l'aspect théorique de cette discipline pour la replacer dans sa réalité pratique. Il semblerait en effet qu'Euler nourrissait le projet d'écrire dès 1726 un vaste traité, portant sur l'harmonie, les formes musicales, la composition et l'acoustique[5]. L'ambition de ce projet démontre qu'Euler ne tranche pas franchement entre les deux domaines théorique et pratique. Nous verrons au chapitre suivant en quoi cette ambiguïté prend tout son sens dans le *Tentamen*. Mais d'abord, il s'agit d'enquêter sur la manière dont Euler a accès à cette réalité pratique. Là encore, peu d'informations subsistent, à part ce passage de l'introduction aux *Opera Omnia* de notre géomètre[6] :

> Euler, lors d'une soirée, vraisemblablement chez le margrave de Brandebourg, se serait risqué à dire qu'il n'est absolument pas

---

4 FUSS Nicolaus, *Éloge de M. Leonhard Euler lu à l'Académie impériale des sciences dans son assemblée du 23 octobre 1783 - avec une liste complète des ouvrages de M. Euler,* Saint-Pétersbourg, Académie impériale des sciences, 1783, cité dans **[19]** p.24.

5 Cf. **[18]**.

6 SPEISER Andreas, *Euleri opera omnia (Œuvres complètes d'Euler)*, series 3, vol. XI, introduction p. IX & X, Bâle, Birkhäuser, 1911-*hodie*, cité et traduit dans **[14]** vol.2 pp. 27-28.

> difficile de composer un menuet, et en aurait donné la démonstration au clavier. Après cela, le compositeur Graun aurait joué une de ses propres compositions qui aurait beaucoup plu. Naturellement, l'histoire se termina en réalité ainsi : chacun reconnut la justesse de la remarque d'Euler. Quoi qu'il en soit, le compositeur ami d'Euler, Kirnberger, a publié en 1756 un fascicule dans lequel il présenta la façon dont tout un chacun pourrait composer un menuet avec des dés à jouer. De la même façon qu'on peut tirer onze chiffres différents avec deux dés, à savoir 2 à 12, le compositeur donna pour chacune des 16 mesures d'un menuet 11 possibilités. Le nombre de menuets possibles est ainsi donné par le chiffre gigantesque de onze à la puissance seize. Le jeu fut repris plus tard par Haydn et par Mozart, qui en donna le plus joli exemple.

Il est dommage que ce récit soit au conditionnel, et aussi difficilement vérifiable ; retenons nonobstant trois détails important : Euler pratique bel et bien la musique puisqu'il est capable de se mettre au clavier ; il s'intéresse à la composition musicale, et se place ainsi bien au-delà de simples préoccupations théoriques ; enfin, Euler côtoie des acteurs du monde musical de l'époque, son ami Johann Philipp Kirnberger, Carl Heinrich Graun, et probablement beaucoup d'autres en raison de sa présence à la cour de Frédéric II entre 1741 et 1766[7]. Le fait qu'il puisse échanger avec des musiciens est essentiel, en effet Euler n'envisage sa production théorique que dans le but qu'elle serve la pratique musicale, et a à cœur de la faire valider par les « musiciens instruits »[8]. Les correspondances qu'il a initiées avec Rameau et Tartini illustrent parfaitement ce besoin : au-delà d'un échange avec des confrères théoriciens[9], ces échanges sont l'expression d'une volonté de rapprocher théorie et pratique en soumettant ses résultats à des experts dont il estime le savoir empirique. La démarche d'Euler est restée vaine, se heurtant à une certaine

---

[7] Parmi les musiciens de la cour figurent notamment le flûtiste Johann Joachim Quantz, professeur de Frédéric II, Carl Philipp Emmanuel Bach, premier clavecin de la chambre du roi de 1738 à 1768, et le compositeur Johann Friedrich Agricola.

[8] *Tentamen*, Préface, in **[14]** vol.1 p.84.

[9] Rameau et Tartini ont tous les deux marqué la théorie de la musique, le premier avec **[29]**, le second avec son *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia (Traité de la musique selon la véritable science de l'harmonie)*, Padoue, Stamperia del Seminario, 1754.

arrogance ramiste[10], et manquant simplement l'occasion de concrétiser les choses avec le violoniste padouan, qui prit le temps de répondre à l'examen qu'Euler avait fait de son traité[11] :

> J'ajoute que si vous, dans vos recherches musicales, aviez eu à vos côtés un musicien capable de vous renseigner sur les véritables nécessités de notre art, certainement vous auriez atteint la cible en son cœur. Néanmoins, ce qui m'étonne et qui étonnera toujours tout le monde, c'est le fait qu'un homme qui n'est un musicien que pour son plaisir, sans intérêt professionnel, quand bien même le plus docte de notre temps, ait réussi à analyser de manière si profonde et avec des résultats si proches de la vérité des principes qui sont extrêmement difficiles à expliquer.

Tartini est favorablement impressionné par la démarche eulérienne, mais remarque justement que l'amateurisme du géomètre nuit à l'objectif unificateur de sa théorie avec la réalité musicale.

Il est important de noter qu'Euler a nourri un intérêt pour la musique tout au long de sa vie, allant même jusqu'à encourager la conception d'une machine qui pourrait noter l'improvisation au clavier[12]. Il ne considérait pas sa théorie comme définitive, et n'a cessé de faire évoluer son regard sur cet objet de curiosité doublé d'un sujet de réflexion, prétexte à la recherche et à l'innovation[13]. Ainsi, il publiera trois autres mémoires sur la musique[14], et exposera les fondements de sa théorie musicale dans les lettres destinées à

---

[10] Voir à ce propos *La confrontation Euler-Rameau* par François Nicolas in **[19]** p.161.
[11] **[14]** vol.2 p.259.
[12] Cf. **[17]**.
[13] Il est important de comprendre qu'Euler utilise volontiers des outils mathématiques quel que soit le domaine de recherche, ainsi la musique représente un moyen pour lui de faire de belles mathématiques, comme en témoignent le recours aux fractions continues dans le *Tentamen* ou à la théorie des graphes dans son *Miroir musical*. Ces notions sont volontairement écartées du présent travail afin de ne pas en compliquer la lecture par un public musicien.
[14] *Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique & Du véritable caractère de la musique moderne*, Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin vol.20, 1766 ; *De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis (Des véritables principes de l'harmonie représentés par le miroir musical)*, Novi Commentarii Academiae Scientarum Petropolitanae vol.18, 1774.

la princesse de Prusse Friederike Charlotte - fille du margrave Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt - dont il devait assurer la formation scientifique[15].

Nous proposons une chronologie des travaux d'Euler sur la musique :

1707	Naissance à Bâle
1727	Publication de la *Dissertatio physica de sono*[16]*(Dissertation physique sur le son)*
	Départ pour Saint-Pétersbourg
1731	Fin de la rédaction du *Tentamen*
1739	Publication du *Tentamen*
1741	Départ pour Berlin
1752	Euler écrit à Rameau
1754	Euler critique le *Traité* de Tartini
1760	Tartini répond à Euler
1760-1762	Rédaction des *Lettres à une princesse d'Allemagne*
1766	Publication de la *Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique*
	Publication du mémoire *Du véritable caractère de la musique moderne*
	Publication du mémoire *De la propagation du son*[17]
	Départ pour Saint-Pétersbourg à nouveau
1774	Publication du mémoire *De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis (Des véritables principes de l'harmonie représentés par le miroir musical)*
1783	Mort à Saint-Pétersbourg

[15] EULER Leonhard, *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, Saint-Pétersbourg, Imprimerie de l'Académie impériale des sciences,1768-1772.
[16] Bâle, Typis E. & I. R. Thurnisiorum Fratrum.
[17] Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin vol.15.

Les nombres sonores

Afin que la suite de ce travail puisse être abordée sans encombre, nous proposons une explication de l'expression des intervalles et des accords au moyen de rapports numériques[18].

Hérité du système pythagoricien, ce type d'écriture représente la hauteur d'un son - sa fréquence - par l'inverse du rapport de longueurs appliqué à la corde que l'on fait vibrer pour le produire. Par exemple, une corde dont on fait sonner la moitié produit l'octave supérieure du son fondamental, c'est-à-dire celui de la corde à vide. Le rapport de longueurs est : $\frac{1}{2}$, son inverse : 2, est donc le nombre qui représente l'intervalle d'octave. De même, une corde dont on fait sonner les deux tiers produit la quinte supérieure du son fondamental. Le rapport de longueurs est : $\frac{2}{3}$, son inverse : $\frac{3}{2}$, représente la quinte juste.

Ces rapports correspondent aux intervalles purs, ou naturels, qui ont la particularité de ne produire aucun battement lorsqu'ils font entendre les sons qui les composent simultanément[19]. Ils sont également empreints de toute une dimension cosmogonique chez les théoriciens de la Grèce antique[20], dimension absente des travaux d'Euler.

Nous donnons ci-après un tableau qui indique les rapports des intervalles purs simples. La notation adoptée est celle qu'utilise Euler dans le *Tentamen* ; il s'agit de représenter le rapport entre deux nombres indépendamment de la notion de quotient, aussi trouvons-nous dans le traité à la fois 3 : 2 et 2 : 3 pour représenter la quinte.

---

[18] Cette partie recense les informations collectées dans **[4]**, **[14]**, et **[24]**.

[19] Un système basé sur la pureté intervallique crée de petits intervalles nommés commas qui ne peuvent être rendus par une échelle de sons fixes. Ainsi, dès le XV^{e} siècle, l'arrivée du clavier à douze touches pose le problème du tempérament. Les défenseurs les plus emblématiques d'un système de ce type sont sûrement Vicentino et Zarlino (cf. **[32]** et **[33]**).

[20] Nous pensons notamment à la théorie pythagoricienne de l'Harmonie des sphères.

Intervalle	Rapport
Demi-ton mineur (chromatique)	25 : 24
Demi-ton majeur (diatonique)	16 : 15
Ton mineur	10 : 9
Ton majeur	9 : 8
Tierce mineure	6 : 5
Tierce majeure	5 : 4
Quarte juste	4 : 3
Quinte juste	3 : 2
Sixte mineure	8 : 5
Sixte majeure	5 : 3
Septième mineure (renv. ton majeur)	16 : 9
Septième mineure (renv. ton mineur)	9 : 5
Septième majeure (renv. demi-ton majeur)	15 : 8
Septième majeure (renv. demi-ton mineur)	48 : 25
Octave	2 : 1

Travailler avec ces nombres est, malgré les apparences, relativement simple. En effet, rappelons qu'ils sont obtenus par la division d'une corde, et qu'en conséquence, ajouter deux intervalles revient à fractionner une fraction de la corde. Or, la fraction d'une fraction s'obtient en multipliant les deux ensemble, c'est pourquoi additionner des intervalles revient ici à multiplier les rapports qui les représentent. Inversement, retrancher un intervalle revient à diviser par le rapport qui le représente, ce qui équivaut à multiplier par l'inverse de ce rapport. Par exemple, l'addition d'une quinte et d'une quarte donne une octave, ce qui numériquement correspond à :

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{2} = 2$$

De même, une quinte juste diminuée d'une tierce mineure donne une tierce majeure, ce qui correspond à :

$$\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{4}$$

L'octaviation correspond à une simple multiplication ou division par 2.

Cette propriété faisant correspondre une multiplication à une addition et une division à la soustraction est propre aux logarithmes. Il est alors tout naturel qu'Euler, comme Huygens avant lui[21], ait recours à ces fonctions pour réaliser des opérations sur les intervalles. Par souci de simplicité, et dans la mesure ou les logarithmes ne font que de discrètes apparitions dans le *Tentamen*, nous avons mis de côté cet outil. Le lecteur ne devra néanmoins pas s'étonner de le trouver dans quelques illustrations extraites de l'œuvre d'Euler.

Remarquons que tous les intervalles sont formés par la combinaison de quintes ou de tierces ou d'octaves, générés par les nombres 2, 3 et 5. Ainsi, le ton majeur correspond à une quinte juste diminuée d'une quarte juste :

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

Le ton mineur à une quarte juste diminuée d'une tierce mineure :

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{9}$$

Le demi-ton majeur correspond à une quarte juste diminuée d'une tierce majeure :

$$\frac{4}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{15}$$

Le demi-ton mineur à une tierce majeure diminuée d'une tierce mineure :

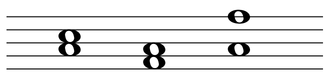
$$\frac{5}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{24}$$

---

[21] HUYGENS Christiaan, *Novus cyclus harmonicus (Nouveau cycle harmonique)*, Leiden, 1724, pp.753-754 in **[22]**.

Il reste à souligner qu'au delà de la quarte, tous les intervalles peuvent s'obtenir - en toute logique - comme renversements d'intervalles élémentaires. La sixte mineure par exemple, renversement de la tierce majeure, s'obtient numériquement par le renversement du rapport, donnant la tierce majeure inférieure, à laquelle on ajoute une octave :

$$\frac{5}{4} \rightarrow \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{5} \times 2 = \frac{8}{5}$$



Considérons à présent les travaux récents - si l'on se place du point de vue d'Euler - de Joseph Sauveur, premier « acousticien »[22], sur les sons harmoniques. Son mémoire de 1701[23] théorise pour la première fois ce phénomène, et associe ainsi l'octave au chiffre 2, la douzième au chiffre 3, la dix-septième majeure au chiffre 5 et ainsi de suite comme le montre la figure suivante :

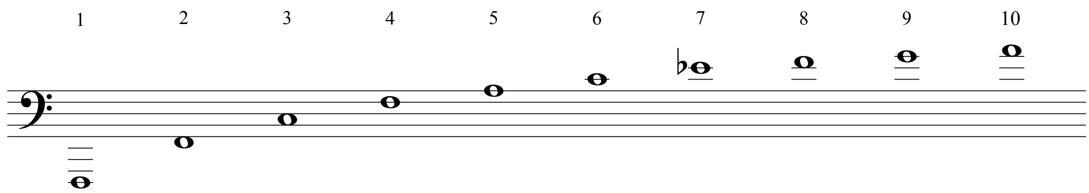


Schéma des dix premiers harmoniques d'un fa$_{-1}$

Nous constatons donc que la septième mineure telle qu'adoptée par la théorie ne correspond pas à la septième naturelle 7 : 4, obtenue en abaissant de deux octaves le septième harmonique, mais bien au renversement du ton. L'exclusion du chiffre 7 du système intervallique pur est une réalité qui n'a pas manqué d'interpeller les théoriciens, y compris Euler, qui, comme d'autres, a spéculé sur son introduction, comme nous le verrons par la suite.

---

22 Sauveur crée et baptise lui-même l'*Acoustique* en 1701, définissant ainsi la science « qui a pour objet le son en général » (cf. **[30]** p.99).

23 SAUVEUR Joseph, *Système général des intervalles des sons, & son application à tous les systèmes & à tous les instruments de musique*, Paris, Mémoires de l'académie royale des sciences, 1701, pp.349-356, in **[30]**. Euler connaît les travaux de Sauveur, ils les citent dans le *Tentamen*, I §41, in **[14]** vol.1 p.101.

Euler introduit également des intervalles minimes dans son essai : le diésis qui correspond à la différence entre le demi-ton majeur et le demi-ton mineur[24] :

$$\frac{16}{15} \times \frac{24}{25} = \frac{128}{125}$$

Le comma, différence entre le ton majeur et le ton mineur[25] :

$$\frac{9}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{80}$$

Il utilise aussi par conséquent le diaschisma, différence entre le diésis et le comma :

$$\frac{128}{125} \times \frac{80}{81} = \frac{2048}{2025}$$

Enfin, Euler a recours aux limmas, intervalles qui surpassent les demi-tons d'un comma. Il en existe donc deux : le limma majeur et le limma mineur, numérisés respectivement comme suit.

$$\frac{16}{15} \times \frac{81}{80} = \frac{27}{25}$$

$$\frac{25}{24} \times \frac{81}{80} = \frac{135}{128}$$

Ces intervalles minimes s’adressent aux oreilles expertes. Euler remarque que « les demi-tons et les limmas, différant peu les uns des autres, sont considérés comme égaux par les personnes peu versées dans la musique, et simplement nommés demi-tons »[26].

Nous donnons une présentation synoptique des intervalles minimes et des limmas :

---

[24] Nommé aussi comma enharmonique, c'est le rapport entre le bémol d'une note et le dièse de la note inférieure dans l'échelle naturelle zarlinienne, ou encore l'excédent relatif de l'octave sur trois tierces majeures pures superposées.

[25] Il s'agit bien du comma syntonique, rapport entre une tierce majeure pythagoricienne (obtenue en abaissant de deux octaves la note donnée par la superposition de quatre quintes) et une tierce majeure pure.

[26] *Tentamen*, VII §13, in **[14]** vol.1 p.166.

Intervalle	Rapport
Diaschisma	2048 : 2025
Comma	81 : 80
Diésis	128 : 125
Limma mineur	135 : 128
Limma majeur	27 : 25

Le dernier point de ce chapitre a pour but d'éclairer le lecteur sur l'expression numérique d'un accord de trois sons ou plus, au moyen des rapports intervalliques. La notation adoptée par Euler est celle du *Nouveau système harmonique* de Loulié[27]. La méthode est la suivante : on définit la note la plus grave de l'accord par l'unité ; puis on écrit à la suite les uns des autres les rapports qui représentent l'intervalle par rapport à la basse des sons de l'accord lu de bas en haut ; on calcule ensuite le plus petit commun multiple (PPCM) des différents dénominateurs ; et enfin on multiplie chaque nombre en présence par ce PPCM[28].

Prenons l'exemple de l'accord parfait majeur à l'état fondamental en position resserrée, constitué en partant de la basse d'une tierce majeure et d'une quinte juste. Les deux premières étapes donnent :

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$$

Le PPCM de 1 ; 2 et 4 est 4, nous obtenons donc après multiplication la représentation suivante :

$$4 : 5 : 6$$

Notons que tous les rapports intervalliques entre les différents sons de l'accord sont lisibles. Ainsi dans cet exemple, le troisième son forme l'intervalle 4 : 6 avec la basse, ce

[27] Cf. **[25]** pp.10-13. Sauveur utilise aussi cette notation dans son *Mémoire* de 1701 p.303, in **[30]**.

[28] Le PPCM s'obtient en multipliant entre eux tous les facteurs premiers des nombres considérés et en affectant à chacun leur exposant le plus élevé.

qui se trouve être 2 : 3 après simplification, et donc une quinte juste, mais également l'intervalle 5 : 6 avec le deuxième, une tierce mineure.

Prenons maintenant le cas de l'accord de septième de dominante à l'état fondamental, composé dans sa forme resserrée d'une tierce majeure, suivie d'une quinte juste et d'une septième mineure :

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : \frac{16}{9}$$

Le PPCM de 2 ; 4 et 9 est 36, nous obtenons donc :

$$36 : 45 : 54 : 64$$

Là encore, il est possible de lire tous les intervalles existant entre les différents sons de l'accord.

Plus généralement, cette méthode permet de représenter un ensemble de sons. Nous pouvons donc par exemple représenter le système diatonique ainsi :

$$1 : \frac{9}{8} : \frac{5}{4} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{15}{8} : 2$$

Ce qui donne :

$$24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48$$

Nous terminerons en remarquant que cette notation induit de facto un son fondamental - chiffré 1 - dont les nombres représentés par des puissances de 2 sont une octaviation. Dans le cas de l'accord parfait, le son fondamental est donc deux octaves en dessous du son chiffré 4 (2^2). Il s'agit ici de la basse, en toute logique avec la théorie ramiste[29] et les us actuels. En revanche, le son fondamental de la septième de dominante est donné par 64 (2^6), ce qui correspond à la septième, en totale contradiction avec les principes de Rameau.

[29] Rappelons que Rameau a justifié le concept de basse fondamentale que nous utilisons aujourd'hui en France, notamment dans **[29]**, mais aussi dans sa *Démonstration du principe de l'harmonie*, Paris, Durand & Pissot, 1750.

La théorie de la coïncidence des coups

Avant de clore ces prolégomènes, il nous reste à situer un peu plus précisément l'œuvre d'Euler dans son contexte historique. Pour ce faire, nous présentons la théorie qui a guidé Euler dans la rédaction de son *Tentamen*, celle dite de la coïncidence des coups, ou encore congruence des chocs[30].

Nous en trouvons les premières traces chez Nicomaque de Gérase[31], mais il faut attendre le XVIe siècle pour qu'elle soit reprise par Maurolico[32] puis Beeckman[33], avant d'être adoptée par Mersenne, Galilée, et Descartes[34]. Voici en quels termes Galilée l'énonce dans son *Discorsi* de 1638[35] :

> Je dis que la raison première et immédiate dont dépendent les rapports des intervalles musicaux n'est ni la longueur des cordes, ni leur tension, ni leur grosseur, mais la proportion existant entre les fréquences de vibration, et donc des ondes qui, en se propageant dans l'air, viennent frapper le tympan de l'oreille en le faisant vibrer aux mêmes intervalles de temps.

Le principe est donc le suivant : les oscillations isochrones d'un corps sonore se déplacent dans l'air, générant une onde que le tympan reçoit sous forme de coups réguliers. L'oreille ainsi stimulée permet à l'auditeur de percevoir le son. Euler confirme ces notions dans le chapitre I du *Tentamen* au paragraphe 4[36] :

> Le changement qu'un corps qui tremble produit dans l'air donnant immédiatement naissance au son, il faut rechercher comment un pareil corps agit sur l'air. Nous voyons que le tremblement

[30] *Congruentia ictuum* en latin.
[31] **[9]** pp.202-205.
[32] MAUROLICO Francesco, *Opuscula mathematica*, Venezia, Franceschi, 1575, p.149, cité dans **[9]** p.205.
[33] Dans son *Journal* en 1614, in **[19]** p.123.
[34] Descartes n'approuvera cette théorie qu'à partir de 1631, son *Compendium musicae* de 1619 la réfute. Kepler n'y souscrit pas non plus.
[35] GALILEI Galileo, *Discorsi intorno a due nuove scienze (Discours concernant deux sciences nouvelles)*, trad. M. Clavelin, Paris, A. Colin, 1970, pp.84-85, cité dans **[7]**.
[36] *Tentamen*, I §4, in **[14]** vol.1 pp.86-87. Le mot *molécule* a été introduit en 1811 par Amedeo Avogadro, le traducteur de 1839 l'utilise ici comme néologisme pour rendre le latin *particula*.

consiste dans une suite de vibrations. Les molécules d'air qui entourent immédiatement le corps sont frappées par ces vibrations et en reçoivent des agitations semblables qu'elles transmettent à leur tour et de proche en proche aux molécules d'air les plus éloignées.

Nous reproduisons à présent le paragraphe 5 du même chapitre et sa traduction afin d'achever d'exposer la manière dont Euler considère les phénomènes sonores sur lesquels il fonde sa théorie musicale[37] :

§. 5. Ex his intelligitur praeter pulſus per aërem promotos a corpore ſonante ad aures nihil deferri; quam ob rem neceſſe eſt, vt hi ipſi pulſus in aëre excitati et in organum auditus incurrentes ſoni ſenſum producant. Hoc vero modo ſenſatio abſoluitur: Exſtat in interna auris cauitate membrana expanſa a ſimilitudine tympanum dicta, quae ictus aeris recipit eosque vlterius ad neruos auditorios promouet; hocque fit, vt dum nerui afficiuntur, ſonus ſentiatur. Eſt igitur ſonus nihil aliud, niſi perceptio ictuum ſucceſſiuorum, qui in particulis aëris, quae circa auditus organum verſantur, eueniunt: ita vt quaecunque res huiusmodi ictus in aëre producere valeat, ea etiam ad ſonum edendum ſit accommodata.

On comprend d'après cela qu'outre les vibrations propagées dans l'air, le corps sonnant ne transmet rien à l'oreille, et que conséquemment il faut que ces vibrations produisent en nous la sensation du son. Cette sensation a lieu de la manière suivante : il existe dans la cavité interne de l'oreille une membrane tendue, appelée tympan par analogie ; c'est elle qui reçoit les chocs de l'air et les transmet aux nerfs auditifs ; c'est par l'excitation de ces nerfs que naît la sensation du son. Le son n'est donc autre chose que la perception de chocs successifs, exercés sur les particules d'air qui environnent l'organe de l'ouïe ; de sorte que tout ce qui est capable

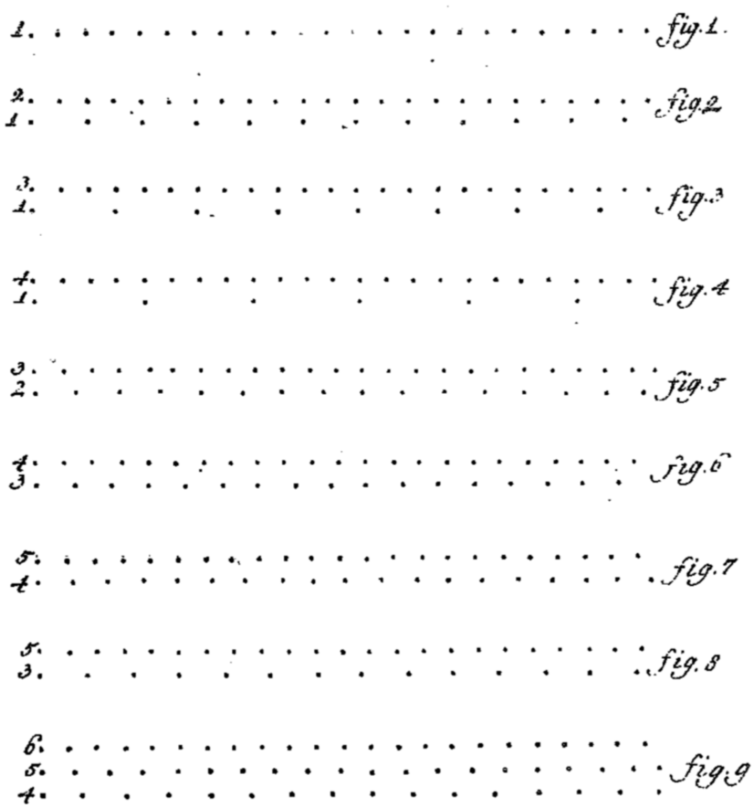
---

[37] *Tentamen*, I §5, in **[14]** vol.1 p.87.

> de produire sur l'air de semblables chocs est aussi propre à engendrer le son.

Si le phénomène physique est clair, notons à présent que la théorie porte sur la coïncidence des coups, c'est-à-dire la synchronisation périodique des ondes sonores lorsque l'oreille perçoit plusieurs sons. Le but que se fixent Beeckman ou Galilée est de mettre en évidence le rapport qui existe entre différents sons afin de spéculer sur les raisons qui nous poussent à préférer certaines combinaisons à d'autres. D'après Franck Jedrzejewski, c'est donc « dans le rapport de fréquences que se constitue la consonance par le retour périodique de la coïncidence des coups »[38]. Le résultat de la théorie est le suivant : plus le rapport du nombre de coups simultanés au nombre de coups isolés est grand, plus l'intervalle ou l'accord est agréable[39].

Afin de rendre plus clair cet énoncé, nous reproduisons le tableau qu'Euler propose au chapitre II du *Tentamen* :



[38] *Réception et héritage des théories d'Euler*, in **[19]** p.147.
[39] **[8]** p.5.

Y sont représentés par analogie les coups que reçoit l'oreille dans la perception de l'unisson, de l'octave, de la douzième, de la double octave, de la quinte, la quarte, la tierce majeure, la sixte majeure et enfin l'accord parfait majeur.

La théorie de la coïncidence des coups sera de plus en plus remise en question à partir de la deuxième moitié du XVIIIe siècle et définitivement mise à mal par les travaux de Helmholtz[40] qui introduisent le phénomène des battements.

Le *Tentamen* d'Euler est très clairement un pur produit de la coïncidence des coups puisqu'il « a pour but de définir comment il se fait que l'ensemble de plusieurs sons, simultanés ou successifs, éveille en nous le sentiment du plaisir ou celui de l'aversion »[41], et représente en un sens le paroxysme méthodologique de cette théorie comme le remarque Patrice Bailhache[42]. Il est temps à présent de plonger au cœur des deux cent soixante-trois pages latines de l'essai d'Euler, afin de révéler le contenu de ses quatorze chapitres[43].

---

[40] HELMHOLTZ Hermann von, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik (Théorie physiologique de la musique, fondée sur l'étude des sensations auditives)*, Brunswick, Friedrich Vieweg, 1863.
[41] *Tentamen*, Préface, in **[14]** vol.1 p.80.
[42] *La coïncidence des coups à son paroxysme*, in **[19]** p.119.
[43] Nous exposerons plus loin le détail de la table des matières ; toutefois, le lecteur impatient peut se reporter dès maintenant aux pages 42 et 43.

La musique du *Tentamen*

> Minus fortaſſe neceſſarium putabitur muſicae definitionem hic afferre, cum cuique notum ſit quae disciplina hoc nomine deſignetur. Attamen magnam nobis vtilitatem ex definitione ad inſtitutum noſtrum accommodata eſſe prouenturam arbitror, cum ad operis diuiſionem, tum ad ipſum cuiusque partis pertractandae modum. Ita igitur muſicam definio, vt eam eſſe ſcientiam dicam varios ſonos ita coniungendi, vt auditui gratam exhibeant harmoniam. Et hanc ob rem iam in praecedentibus capitibus fuſius exponendam eſſe indicaui tum de ſonis, tum de harmoniae principiis doctrinam, quo non ſolum ipſa definitio facilius poſſit percipi, ſed modus etiam perſpiciatur, quo eam tractari maxime conueniat.

> Comme chacun sait ce que c'est que la musique, on trouvera peut-être qu'il n'est pas absolument nécessaire d'en donner ici la définition. Néanmoins, je pense qu'une définition conforme au but que nous avons en vue sera pour nous fort utile, tant pour la division du travail, que pour la manière dont chaque partie devra être traitée. Je définis donc la musique comme la science de combiner les sons de manière qu'il en résulte une harmonie agréable. Si, dès les chapitres précédents, j'ai jugé nécessaire d'exposer en détail la théorie des sons et celle des principes de l'harmonie, c'est à la fois pour que cette définition soit plus facilement comprise, et pour qu'on puisse reconnaître quelle est la meilleure marche à suivre dans la discussion.

C'est avec ce paragraphe que s'ouvre le chapitre III du *Tentamen* intitulé *De la musique en général*[44]. Nous sommes en droit d'être surpris par son inconsistance et sa légèreté. En effet, dire que tout le monde sait ce qu'est la musique est une pirouette

[44] *Tentamen*, III §1, in **[14]** vol.1 p.119.

grossière pour contourner le problème épineux de la définition de cette discipline. Au reste, la formulation proposée par Euler - qui n'est pas sans rappeler celle de Rousseau dans son Dictionnaire[45] - est élégante, mais si vide de sens pour le musicien qu'elle ne peut que porter préjudice au projet de « nouvelle musique » qu'Euler annonce avec le titre de son ouvrage. Que le lecteur se rassure, cette définition ne reflète en rien ce que contient le *Tentamen*, et nous nous proposons d'en exposer quelques lignes pour pouvoir lire entre elles et révéler ce que notre géomètre n'a su exprimer au début de ce chapitre.

Puisqu'il est question de définir la musique, regardons celle que Fux en donne dans son *Gradus ad Parnassum*, traité contemporain de celui d'Euler qui a fait autorité dans le monde musical du XVIIIe siècle[46] :

> Musique est un nom générique, d'acception très large et contenant de nombreuses espèces, telles que la musique céleste, terrestre, naturelle, artificielle, historique, etc. J'ai l'intention - pour satisfaire à la brièveté et à l'utilité plutôt qu'à la curiosité - de traiter seulement de la musique artificielle. Celle-ci est double : spéculative et pratique. La première, c'est-à-dire la spéculative sera le sujet de notre présent livre, et j'aborderai seulement les choses qui me sembleront nécessaires à la pleine acquisition de la pratique ; quant à la deuxième partie, à savoir la pratique, elle sera traitée plus en détail dans le second livre.

Fux replace le mot musique dans son origine antique : l'homme musique, le *mousikos anèr*, est l'homme des humanités, inspiré par les muses, et expert tant en musique, qu'en rhétorique ou en mathématique. En ce sens, le savant Euler est bien un musicien. Mais cette définition expose surtout la distinction ordinairement appliquée entre musique théorique et musique pratique. On remarque que Fux ne considère la première que sous sa dimension propédeutique, le cœur véritable de son enseignement

45 ROUSSEAU Jean-Jacques, *Dictionnaire de musique*, article MUSIQUE, Paris, Duchesne, 1768 : « Art de combiner les sons de manière agréable à l'oreille », cité in **[14]** vol.1 p.119.

46 **[15]** p.29. Mozart, Haydn ou encore Beethoven l'ont étudié.

musical étant d'ordre pratique. Euler reprend cette distinction traditionnelle, mais porte un jugement inverse à celui de Fux[47] :

> On comprend d'après cela que la partie théorique est la partie principale, puisque sans elle l'autre ne peut pas avoir d'objet ; mais pour parvenir au but, qui est de charmer l'oreille, le concours de celle-ci n'est pas moins nécessaire. Comme la partie pratique n'est autre chose que l'art de se servir des instruments de musique, considérant qu'elle n'a pas besoin d'être expliquée, nous ne nous en occuperons pas.

La pratique est donc sans ménagements écartée du *Tentamen*, Euler regardant ce domaine comme l'apanage des « musiciens instruits » sus-cités. En revanche, il lui incombe de développer celui dans lequel le géomètre est expert, et de proposer sa « nouvelle théorie de la musique »[48].

Deux chapitres traitent de connaissances générales sur la musique : le premier et le troisième[49]. Le chapitre I est d'un abord laborieux pour le lecteur actuel, il se concentre sur la partie physique de la musique, en considérant les expériences sur le monocorde[50] et exposant de nombreuses formules où $\frac{355}{113}$ remplace π, et les pieds du Rhin les centimètres. Ce chapitre demande donc beaucoup d'efforts pour, malheureusement, une bien maigre récompense, c'est pourquoi nous ne développerons pas ici son contenu. Retenons néanmoins qu'Euler y énonce pour la première fois[51] le principe de fonctionnement des instruments à vents[52] :

> Nous avons déjà montré que ni le tube entier, ni sa surface intérieure ne prennent de mouvement vibratoire. L'air qui entre

[47] *Tentamen*, III §2, in **[14]** vol.1 p.119.
[48] Promise par le titre même de l'essai.
[49] Respectivement *De sono et auditu (Du son et de l'ouïe)* et *De musica in genere (De la musique en générale)*.
[50] Le monocorde est constitué d'une corde tendue - parfois au moyen d'un poids - sur une caisse de résonnance munie d'un chevalet mobile. C'est l'instrument expérimental des physiciens, celui notamment sur lequel se calculent les rapports intervalliques présentés dans les prolégomènes (cf. pp.14-15).
[51] C'est du moins ce qu'il affirme dans la *Préface* : « Nous avons aussi présenté dans ce traité une théorie entièrement neuve des sons que produisent les instruments à vent », in **[14]** vol.1 p.80. Nous n'avons pu établir la véracité de ces propos.
[52] *Tentamen*, I §31, in **[14]** vol.1 pp.97-98.

> dans le tube exerce nécessairement dans le sens de sa longueur une compression sur celui qui s'y trouve déjà ; de là résulte que celui-ci se dilate après la compression, puis qu'il se comprime de nouveau et fait ainsi des oscillations qui durent aussi longtemps que le souffle et qui engendrent le son.

Il poursuit en remarquant que « l'air renfermé dans le tube d'un instrument à vent [oscille] de la même manière qu'une corde tendue »[53] et que les découvertes de Sauveur sur les sons harmoniques peuvent donc s'appliquer « aux tubes »[54].

Entrons à présent dans le détail du chapitre III qui porte sur la musique en général. Euler commence par considérer ce qui compose la musique en distinguant « la différence entre le grave et l'aigu », « la durée », « l'intensité », et « le choix des instruments »[55]. Ainsi, notre géomètre ne limite pas la musique aux hauteurs et au rythme, mais inclut pleinement les nuances et le timbre au cœur du processus de création musical, en témoigne le début du paragraphe 4[56] :

> La différence entre les instruments a d'ailleurs une si grande influence dans les charmes de la musique qu'il importe beaucoup de savoir lequel, pour une composition donnée, mérite la confiance.

Mais ces paramètres sont trop abstraits pour rentrer dans une quelconque théorie, ce qu'Euler constate au paragraphe 3[57] :

> On ne saurait nier, il est vrai, que la différence dans l'intensité des sons ne contribue pour beaucoup à l'effet total ; mais comme on n'assigne d'habitude pas de mesure à l'intensité, qu'elle ne peut pas être estimée exactement par les auditeurs, et qu'on l'abandonne au jugement de celui qui exécute la musique, nous ne

---

[53] *Tentamen*, I §34, in **[14]** vol.1 p.98.
[54] *Tentamen*, I §42, in **[14]** vol.1 p.102.
[55] *Tentamen*, III §3&4, in **[14]** vol.1 pp.120-121.
[56] *Tentamen*, III §4, in **[14]** vol.1 p.120.
[57] *Tentamen*, III §3, in **[14]** vol.1 p.120.

> pouvons la mettre sur la même ligne que les qualités dont nous nous sommes occupés plus spécialement.

Contraint de laisser de côté ces deux paramètres, Euler justifie ce choix, comme s'il était conscient que la spéculation sur les hauteurs et le rythme seuls ne peut produire qu'une théorie déconnectée de la réalité musicale. Or il apparaît clairement qu'Euler cherche à tout prix à éviter cet écueil, comme le révèle le dernier paragraphe de ce chapitre[58] :

> Les uns ont produit, pour la composition, des préceptes qu'ils n'ont pas démontrés ; les autres ne se sont occupés que d'examiner les consonances et les dissonances, et se sont efforcés d'en déduire la meilleure construction possible des instruments ; mais pour n'avoir fait usage que de principes insuffisants ou précaires, il ne leur a pas été possible d'aller plus loin.

Malgré cet aveu, Euler doit se résigner à ne prendre en compte dans sa théorie que les différentes hauteurs et leurs durées. Il distingue alors trois « espèces » de musique : « la combinaison de sons graves et aigus de durées égales, ou bien abstraction faite de la durée » d'une part, « l'ordre établi entre des sons également aigus ou graves, mais de durées différentes » d'autre part, et enfin celle « qui résulte tant de la durée des sons que du rapport de leur quantité »[59]. Il s'agit ici de distinguer les accords verticaux homorythmiques - qu'il associe à « la musique chorale et [aux] hymnes ecclésiastiques » - du rythme pur, donné par « le tambour ». La troisième espèce réunit les deux premières, et correspond selon Euler à « celle dont on s'occupe généralement aujourd'hui »[60], c'est-à-dire le contrepoint occidental du début du XVIII^e^ siècle. Notons que la théorie du *Tentamen* ne portera que sur la première espèce[61], ce qui nous laisse songeur quant à l'éventualité d'une suite à cet essai, que sous-entendrait le début du paragraphe suivant[62] :

---

[58] *Tentamen*, III §24, in **[14]** vol.1 pp.127-128.
[59] *Tentamen*, III §5, in **[14]** vol.1 p.121.
[60] *Tentamen*, III §6, in **[14]** vol.1 p.121.
[61] *Tentamen*, Péface, in **[14]** vol.1 p.81 : « Dans ce traité, nous nous sommes principalement occupé [sic] de cette espèce d'agrément qui naît de la différence entre le grave et l'aigu ».
[62] *Tentamen*, III §24, in **[14]** vol.1 p.127.

> Un traité complet sur la musique comprendra donc trois parties consacrées à l'exposition d'autant d'espèces de musique.

Peut-être s'agit-il ici d'une preuve du projet plus vaste nourri par Euler évoqué dans les prolégomènes[63].

La suite du chapitre est largement tournée vers la composition dans les différentes espèces. Nous retiendrons notamment la comparaison de la première espèce de musique à la prose, et de la deuxième aux vers, ainsi que l'introduction de la rhétorique[64] :

> Un morceau de musique doit être en tout point semblable à un discours en prose ou en vers. Ici, il ne suffit pas de joindre ensemble des mots élégants, des phrases sonores ; il faut du choix dans ces mots, de l'ordre dans les idées et de l'art dans la succession des arguments. De pareilles conditions sont aussi imposées en musique.

Euler renchérit en affirmant que « dans la musique il faut donc observer les mêmes règles que dans l'art oratoire »[65] et achève sa démonstration ainsi[66] :

> Il faudra en outre tenir compte de l'immense diversité du style ; car en musique comme en rhétorique, il est nécessaire de traiter du style, qui n'est autre chose qu'une certaine manière de forer et d'unir les périodes. Enfin, à cette partie viendront se joindre les figures oratoires, qui contribuent tant à orner le discours et à le porter au plus haut degré de perfection.

Il est clairement question ici des quatre parties de l'*ars canendi* : *inventio*, *dispositio*, *elocutio* et *pronunciatio*[67]. Mais Euler mentionne également les figures musicales,

---

[63] Cf. p.10.
[64] *Tentamen*, III §8, in **[14]** vol.1 p.122.
[65] *Tentamen*, III §17, in **[14]** vol.1 p.125.
[66] *Tentamen*, III §22, in **[14]** vol.1 p.127.
[67] Cf. **[31] 49**. Nous pouvons résumer ces quatre étapes à la recherche d'idées, l'élaboration de la forme, la construction du matériau musical, et enfin l'interprétation.

introduites par Burmeister dans sa *Musica poetica* de 1606[68], relevons notamment l'allusion à l'hypotypose[69] :

> Nous ajouterons, comme développement, que dans la composition de mélodies pour hymnes, par exemple, on fera en sorte qu'à des paroles ou passages tristes correspondent des ordres plus difficiles à découvrir ; [...] Pour rendre les passages où la joie domine, on aura recours à des moyens contraires.

Mais au fait, de quelle musique est-il question ? Théorique ? Pratique ? Ni l'une ni l'autre ! Nous introduisons ici la division en trois parties de la musique prônée par Burmeister : musique théorique, réservée au *musicus* ; musique pratique, réservée au *cantor* ; et musique poétique, domaine du *mélopoiétès*[70]. Voici la définition qu'il donne de la musique dans le lexique de sa *Musica autoschédiastikè* de 1601[71] :

> L'adjectif de genre féminin *mousikè* a été pris à part et introduit dans l'usage pour désigner absolument la science ou l'art qu'on appelle MUSIQUE, qui est l'art ou la science [...] qui traite de la façon de former et de chanter des compositions selon l'art. *Poiètès* signifie « le fabricant, celui qui produit, le poète, qui écrit des poèmes » ; de là *poiètikos*, « doté de la capacité à produire » ; et « poétique », « qui convient aux poètes », vient de *poiéomai*, « je fais ». Au féminin, *poiètikè*, « poétique », est un terme qu'on accole au mot « Musique » pour établir une distinction, puisque toute la science Musicale consiste en trois parties, à savoir la Théorique, la Pratique et la Poétique.

Où donc Euler se situe-t-il ? Il est évidemment *musicus*, mais force est de constater que ses réflexions sur la musique vont bien au-delà d'une simple théorie opposée à la pratique. Ce chapitre, glissé au milieu du *Tentamen*, est comme un manifeste musical à lui tout seul, un appel à l'unification de trois parties interdépendantes d'un seul et même

---

68 **[13]** XII, pp.147-174.
69 *Tentamen*, III §7, in **[14]** vol.1 p.122. L'hypotypose est la figure qui illustre le sens du texte.
70 Cf. **[13]** p.359.
71 *La musique à l'improviste*, in **[13]** p.261.

art. Euler y expose ses connaissances pratiques et poétiques, comme pour donner une légitimité à son travail aux yeux des *cantor* et des *melopoiétès*. Nous ne pouvons que remarquer que notre géomètre nourrit le sincère espoir que son essai ne soit pas une pierre de plus à l'édifice de la spéculation musicale dont l'huis n'est franchi que par trop peu de musiciens.

Affinons encore un peu plus l'idée qu'Euler a de la musique au moment où il rédige sa théorie. Dans les pages du *Tentamen*, il est souvent question des « métaphysiciens »[72], sans que plus de précisions ne soit apportées. Si cette référence révèle qu'Euler traite d'une musique bien au-delà du simple statut que la définition citée en début de chapitre lui accorde, elle nous révèle bien davantage lorsque nous comprenons qu'il est très probablement question de Leibniz[73]. En effet, dans une lettre adressée à Christian Goldbach en 1712, ce dernier écrit[74] :

> La musique est une partie occulte de l'arithmétique dans laquelle l'esprit ignore qu'il compte. Car, dans les perceptions confuses ou insensibles, l'esprit fait beaucoup de choses qu'il ne peut remarquer par une aperception distincte. On se tromperait en effet en pensant que rien n'a lieu dans l'âme sans qu'elle sache elle-même qu'elle en est consciente. Donc, même si l'âme n'a pas la sensation qu'elle compte, elle ressent pourtant l'effet de ce calcul insensible, c'est-à-dire l'agrément qui en résulte dans les consonances, le désagrément dans les dissonances.

Au-delà de la coïncidence des coups dont il est question ici, qui définit la musique comme un décompte insensible de l'âme, Leibniz place la musique par sa première phrase dans un inconnu mathématique. Autrement dit, la musique devient un objet d'étude auquel la méthodologie mathématique, voire métamathématique peut s'appliquer.

---

[72] Par exemple : *Tentamen*, II §7, in **[14]** vol.1 p.107.
[73] Leibniz est cité précisément dans le *Tentamen* au chapitre X, §19 (in **[14]** vol.1 p.213). Nous savons qu'Euler connaissait et admirait Leibniz, aussi parle-t-il du « grand Leibniz » dans sa *Conjecture* de 1764 (§16, in **[14]** vol.2 p.70).
[74] LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, *Epistolae ad diversos (Lettres à divers destinataires)*, vol.1, Leipzig, Breitkopf, 1734, p.240, cité dans **[19]** p.128.

Nous sommes à présent en mesure de révéler l'originalité de la théorie eulérienne, à savoir qu'elle s'inscrit, par son désir unificateur et sa méthodologie nouvelle, dans une démarche de formalisation[75] de la musique. Il s'agit d'expliciter la structure intrinsèque de la musique, le *musicus* et le *cantor* partant côte à côte à la conquête de l'absolu musical, le premier avec les nombres comme outil, le second par l'empire des sens. La musique devient, au même titre que la mathématique, un ensemble de lois préexistantes. Le musicien, qui ne fait qu'obéir empiriquement à ces lois ésotériques, apprend de la musique. Pour Euler, le théoricien doit imiter le musicien, il n'est donc plus question d'imposer à la musique des résultats arithmétiques, mais bien de révéler objectivement ce que la musique contient déjà. Ainsi, son essai cherche à donner un nouveau départ à la théorie musicale, en proposant une approche formalisatrice, ce qu'Euler énonce clairement à la fin de ce même chapitre III[76] :

> La méthode que nous suivrons sera tout à fait rationnelle et philosophique. Personne, que je sache, n'a employé cette méthode avant nous.

Enfin, tout au long de son travail, Euler se réfère à l'expertise des musiciens, justifiant le bien-fondé de sa théorie par « l'accord de [la] règle avec l'expérience »[77]. Il destine ainsi son essai à une cause plus noble en abandonnant sa théorie aux musiciens[78] :

> **§. 22.** Qui haec omnia cum musicorum hodiernorum ratione componendi ipsorumque operibus conferre dignabitur, eo maiorem congruentiam deprehendet, quo plus studii in comparationem impendet. Quamobrem non dubito, quin haec nostra de musica theoria expertis artificibus occasionem sit praebitura hanc scientiam ope verae theoriae etiamnum ignoratae ad maiorem perfectionis gradum euehendi.

FINIS.

---

[75] Nous renvoyons à ce propos à l'excellent article de François Nicolas : *La confrontation Euler-Rameau* in **[19]**.

[76] *Tentamen*, III §24, in **[14]** vol.1 p.127.

[77] *Tentamen*, I §35, in **[14]** vol.1 p.99.

[78] *Tentamen*, XIV §22, in **[14]** vol.1 pp.282-283.

> Celui qui voudra se donner la peine de comparer tout ce que contient notre traité avec la manière de composer des musiciens de nos jours et avec leurs œuvres y reconnaîtra une concordance d'autant plus grande qu'il mettra plus d'attention et de soin à faire la comparaison. C'est pourquoi je ne doute pas que la théorie de la musique que j'ai développée ne fournisse aux artistes instruits l'occasion d'élever cette science à un plus haut degré de perfection, grâce à une théorie reposant sur des bases solides et jusqu'à présent ignorée.

Nous terminerons ce chapitre en citant le paragraphe 20 du chapitre III du *Tentamen*, où la démarche eulérienne se révèle, nimbée de fougue et d'enthousiasme[79] :

> §. 20. In hac autem tertia ſpecie maxima verſatur multiplicitas compoſitionis; non ſolum enim tot eius ſunt varietates, quot in vtraque praecedentium coniunctim, ſed binis quibusque combinandis infinitus propemodum exiſtit varietatum numerus. Scilicet ſi numerus diuerſorum compoſitionis modorum in prima ſpecie ſit *m*, numerusque tactuum variorum et menſurae formarum in ſecunda ſpecie *n*, numerus varietatum tertiae ſpeciei *mn*. Atque ſi *m* et *n* ſint numeri, vt oſtendimus, fere infiniti, erit numerus *mn* ſtupendae magnitudinis. Ex quo apparet, variationes omnes muſicae hodiernae, quae potiſſimum in hac tertia ſpecie eſt occupata, omnino non poſſe enumerari. Fieri igitur non poteſt, vt iſta ſcientia vnquam exhauriatur: ſed quamdiu mundus durabit, locus ſemper erit pleniſſimus nouarum inuentionum; ex quo perpetuo noua melodiarum et concentuum genera emanabunt.

> La troisième espèce offre pour la composition une fécondité extrême ; car non seulement elle présente à cet égard autant de variété que les deux autres, mais encore elle embrasse toutes celles, en nombre bien plus considérable, qu'on peut obtenir en combinant les premières deux à deux. Pour mieux le faire

[79] *Tentamen*, III §20, in **[14]** vol.1 p.126

comprendre, soit *m* le nombre des compositions diverses que l'on peut faire dans la première espèce, et *n* le nombre des différentes mesures qu'on peut former dans la seconde : *mn* sera le nombre de variétés de la troisième. Or si, comme nous l'avons montré, *m* et *n* sont considérables, le produit *mn* sera d'une grandeur presque infinie. Il suit de là que les compositions possibles de nos jours dans la musique, laquelle ne comprend guère que notre troisième espèce, sont tout à fait innombrables. Il est donc impossible d'épuiser jamais une pareille matière ; et quelle que soit la durée du monde, la science de la musique offrira toujours des inventions nouvelles, d'où naîtront sans cesse de nouvelles mélodies.

Suavitatis gradus

Principe

Le *suavitatis gradus* est la pierre angulaire de l'œuvre d'Euler. Rendu assez justement par *degré d'agrément* dans la traduction de 1839[80], nous avons conservé la forme latine car elle offre plus de subtilité pour comprendre l'outil qu'Euler s'est créé. En effet, *suavitatis* a une connotation particulière en musique, puisque nous le rencontrons déjà chez Burmeister au chapitre IV de sa *Musica poetica*[81] :

> *Et profectò, quando doctrinarum de clausulis formandis & Modis cognitio accesserit, nescio quid intercedere difficultatis possit, quo minus artis hujus jucunditate conditam suavitatem cognoscendi desiderium Philomusus non epleat.*
>
> De fait, lorsqu'on en viendra aux connaissances théoriques sur l'élaboration des clausules et des Modes, il se pourrait que quelques difficultés se présentent, qui risquent d'empêcher le Philomuse de satisfaire son désir de connaître et goûter la suavité assaisonnée d'agréments de cet art.

Nous trouvons côte à côte la suavité (*suavitas*) et l'agrément (*jucunditas*), ce dernier « pimentant » la première. Il apparaît donc que la suavité est plus profonde que l'agrément. En voici une définition[82] :

> *Suavitas*, *atis*, f. : « douceur, caractère agréable, suavité », d'abord pour les sens, puis pour l'esprit. Le terme est extrêmement employé en rhétorique pour signifier la capacité du discours à délecter l'auditeur. La suavité s'obtient en suscitant des passions

---

[80] L'agrément est une notion couramment évoquée en musique, il en est par exemple question dans le mémoire de 1701 déjà cité de Sauveur, à la page 199 (cf. **[30]** p.99).
[81] **[13]** p.73.
[82] Cette définition est issue du lexique de **[13]**, cf. p.362.

> douces, en charmant les oreilles et le cœur. Elle se distingue donc de la *vis*, la force.

L'utilisation de ce simple mot devient ainsi lourde de sens chez Euler, car elle resitue la musique dans son cadre rhétorique. L'agrément éveille nos sens, tandis que la suavité charme notre esprit, l'âme toute entière. Aussi pouvons-nous traduire *suavitatis gradus* par *échelle de suavité*. Quel est donc cet outil ?

L'objectif qu'Euler se fixe en écrivant le *Tentamen* « est de rechercher ce qui fait que, parmi les objets qui affectent nos sens, il y en a qui plaisent et d'autres qui nous déplaisent »[83]. Pour lui, la réponse se trouve dans l'harmonie propre à l'objet que nous contemplons. Mais justement, qu'est-ce que l'harmonie ? Nous savons que ce mot est chargé de sens en musique, or ce qu'Euler entend par là est beaucoup plus subtil et universel.

Dans le chapitre II du *Tentamen*, Euler explique que « ce en quoi nous percevons de la perfection nous plaît »[84], et il poursuit avec le paragraphe 9[85] :

> §. 9. Ex hisce ſequitur, in qua re inſit perfectio, in eadem ordinem neceſſario ineſſe debere. Nam cum ordo ſit partium diſpoſitio ſecundum certam regulam facta, ex qua cognoſci poteſt, cur quaeque in eo, quem tenet, loco ſit poſita potius, quam in alio; in re autem perfectione praedita, omnes partes ita eſſe debeant ordinatae, vt ad ſcopum impetrandum ſit accommodatae: iſte ſcopus erit regula, ſecundum quam partes rei ſint diſpoſitae, et quae earum cuique locum, quem tenet, aſſignat. Viciſſim igitur etiam intelligitur, vbi ſit ordo ibi etiam eſſe perfectionem, et legem regulamue ordinis reſpondere ſcopo perfectionem efficienti. Hanc ob rem nobis placebunt in quo ordinem deprehendemus, ordiniſque defectus diſplicebit.

> Ainsi, dans toute chose où il y a de la perfection, il y a nécessairement aussi de l'ordre. Car puisque la perfection exige

---

[83] *Tentamen*, II §1, in **[14]** vol.1 p.105.
[84] *Tentamen*, II §7, in **[14]** vol.1 p.107.
[85] *Tentamen*, II §9, in **[14]** vol.1 pp.107-108.

> que toutes les parties soient disposées entre elles de manière qu'elles concourent au même but, ce but règle nécessairement la disposition des parties et assigne à chacune la place qu'elle doit occuper ; or, cette disposition, c'est l'ordre. Réciproquement, on peut dire que là où il y a de l'ordre, il y a de la perfection, et que la règle ou la loi de l'ordre répond au but qui marque la perfection. Telle est la raison de l'agrément ou de l'ennui que nous trouvons dans les choses, selon qu'elles présentent de l'ordre ou qu'il n'y en a point.

L'harmonie est donc la relation d'équivalence que nous percevons entre l'ordre et la perfection d'un objet. La suavité est alors le plaisir qu'éprouve l'esprit dans la compréhension de l'ordre. Euler remarque[86] :

> Nous pouvons reconnaître l'ordre de deux manières. Lorsque la loi qui en est la raison nous est connue, il suffit d'examiner si l'objet considéré y satisfait. Mais si cette donnée nous manque, il faut chercher à découvrir dans la disposition même des parties de l'objet la loi qui a présidé à leur arrangement ; une fois cette loi reconnue, l'ordre en sera la conséquence.

Euler illustre ce principe avec l'exemple d'une horloge[87] : si nous observons qu'elle indique « le temps avec exactitude », nous la considérerons comme parfaite. En revanche, si nous ignorons sa fonction, notre esprit sera charmé en comprenant que l'ordre de ses parties permet de « marquer les divisions du temps ».

L'harmonie est ainsi la « cause » de « l'image » que nous percevons, sur laquelle nous portons un « jugement »[88]. Les jugements sont aussi divers que les images sont différentes. S'il s'agit de spéculer sur les raisons du plaisir ou du déplaisir, il faut donc se pencher en détail sur la cause. Il apparaît alors nécessaire de théoriser l'harmonie pour en exposer les principes. Euler choisit de caractériser l'harmonie par la plus ou moins grande

---

[86] *Tentamen*, II §10, in **[14]** vol.1 p.108.
[87] *Tentamen*, II §8, in **[14]** vol.1 p.107. Nous citons ce paragraphe dans les phrases suivantes.
[88] Les termes sont utilisés par Euler : *Tentamen*, II §2, in **[14]** vol.1 p.105.

complexité de l'ordre qu'elle renferme, d'où la nécessité de créer une *échelle de suavité*, qui pourra révéler, en fonction du degré de complexité de l'harmonie, l'agrément qui charmera l'esprit.

À présent que la raison de l'outil nous est connue, il reste à l'élaborer. Sa construction repose sur le constat que l'harmonie peut être exprimée en fonction des rapports qui existent entre les proportions de l'objet que nous jugeons par l'entremise des sens. Si rapports il y a, le nombre fait son apparition au milieu de l'harmonie, et Euler peut dès à présent imaginer une fonction qui rendra compte du degré de complexité qui règne au sein des proportions d'un objet.

Pour cela, il considère les rapports qui définissent l'ordre propre à l'objet. Ces rapports sont représentés par des nombres, qui peuvent à leur tour être représentés par leur plus petit multiple commun. Euler définit ainsi le PPCM des nombres composant les proportions de l'objet harmonieux comme l'exposant de cet objet - à condition que ces nombres soient premiers entre eux - et calcule le degré d'agrément de l'objet d'après cet exposant[89].

Notre géomètre fait preuve d'une grande pédagogie dans la description de l'élaboration du procédé de calcul du *suavitatis gradus*, nous irons cependant droit au but qui nous intéresse, les nombreux cas particuliers détaillés par Euler se déduisant aisément du cas général[90]. Le calcul du degré d'agrément d'un nombre se fait à partir de sa décomposition en facteurs premiers.

> Soit *a* ce nombre - *a* étant un entier naturel - sa décomposition en facteurs premiers s'écrit : $p_1^{n1} \times p_2^{n2} \times p_3^{n3} \times \ldots \times p_k^{nk}$, où *p* est un nombre premier, *n* et *k* deux entiers naturels non nuls.
> On obtient son degré d'agrément *D* ainsi :

$$D = 1 + \sum_{i=1}^{k} \left(n_i (p_i - 1) \right)$$

[89] Cette règle est énoncée dans le *Tentamen* : II §30, in **[14]** vol.1 p.115.
[90] Nous déduisons ce qui suit du chapitre II : §27, in **[14]** vol.1 p.114.

Calculons par exemple le degré d'agrément de 360 :

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{Donc : } D_{360} = 1 + 3(2-1) + 2(3-1) + 1(5-1)$$

$$= 1 + 3 + 4 + 4$$

$$= 12$$

Notons qu'il est toujours question de l'harmonie comme notion universelle, représentant l'ordre qui règne en un objet. L'échelle de suavité est donc un outil applicable à tous les arts, tous les domaines où l'harmonie se présente. Il correspond à la mise en évidence des « principes de l'harmonie les mieux fondés » annoncés dans le titre du travail d'Euler, ce que confirme la lecture du dernier paragraphe du chapitre II dont voici un extrait[91] :

> Notre dissertation sera très utile pour toutes les choses qui comportent de la beauté et de l'ordre, pourvu que l'on puisse réduire à des quantités et exprimer en nombres les qualités qui se rapportent à ce dernier. Il en est ainsi dans l'architecture, où la convenance exige que les différentes parties d'un édifice soient disposées entre elles suivant un ordre qui puisse être compris.

Nous apprécions mieux le *Tentamen* lorsque nous comprenons qu'il s'agit d'un traité de l'harmonie, avec une application directe aux hauteurs dans la musique. L'ordre des chapitres de l'essai confirme ce point de vue[92] :

[91] *Tentamen*, II §35, in **[14]** vol.1 p.118.
[92] **[14]** vol.1 p.75.

Du son et de l'ouïe

Des charmes et des principes de l'harmonie

De la musique en générale

Des accords

De la succession de deux accords

Des séries d'accords

Des noms donnés aux divers intervalles

Des genres de musique

Du genre diatonico-chromatique

De quelques genres de musique plus composés que le genre diatonico-chromatique

Des accords dans le genre diatonico-chromatique

Des modes et des systèmes dans le genre diatonico-chromatique

Des règles de composition dans un mode et un système donné

Des changements de modes et de systèmes

Il est question de physique puis d'harmonie avant d'être question de musique, d'accords, des genres et de la composition.

Remarquons enfin que la définition de la formule du degré d'agrément est une étape nécessaire dans la théorie d'Euler, mais qu'il n'envisage pas de nous la faire employer outre mesure, c'est pourquoi il fournit un tableau qui associe chaque degré - en chiffres romains - aux exposants qui s'y rapportent - en chiffres indo-arabes. Nous le reproduisons pour les mêmes raisons qui ont poussé Euler à le faire, et parce qu'il s'agit de la représentation concrète de l'*échelle de suavité*, jusqu'à sa seizième marche[93] :

I.	1.
II.	2.
III.	3; 4.
IV.	6; 8.
V.	5; 9; 12; 16.
VI.	10; 18; 24; 32.
VII.	7; 15; 20; 27; 36; 48; 64.
VIII.	14; 30; 40; 54; 72; 96; 128.
IX.	21; 25; 28; 45; 60; 80; 81; 108; 144; 192; 256.
X.	42; 50; 56; 90; 120; 160; 162; 216; 288; 384; 512.
XI.	11; 35; 63; 75; 84; 100; 112; 135; 180; 240; 243; 320; 324; 432; 576; 768; 1024.
XII.	22; 70; 126; 150; 168; 200; 224; 270; 360; 480; 486; 640; 648; 864; 1152; 1536; 2048.
XIII.	13; 33; 44; 49; 105; 125; 140; 189; 225; 252; 300; 336; 400; 405; 448; 540; 720; 729; 960; 972; 1280; 1296; 1728; 2304; 3072; 4096.
XIV.	26; 66; 88; 98; 210; 250; 280; 378; 450; 504; 600; 672; 800; 810; 896; 1080; 1440; 1458; 1920; 1944; 2560; 2592; 3456; 4608; 6144; 8192.
XV.	39; 52; 55; 99; 132; 147; 175; 176; 196; 315; 375; 420; 500; 560; 567; 675; 756; 900; 1008; 1200; 1215; 1344; 1600; 1620; 1792; 2160; 2187; 2880; 2916; 3840; 3888; 5120; 5184; 6912; 9216; 12288; 16384.
XVI.	78; 104; 110; 198; 264; 294; 350; 352; 392; 630; 750; 840; 1000; 1120; 1134; 1350; 1512; 1800; 2016; 2400; 2430; 2688; 3200; 3240; 3584; 4320; 4374; 5760; 5832; 7680; 7776; 10240; 10368; 13824; 18432; 24576; 32768.

Le principe de cette *échelle* est le suivant : « l'agrément augmente quand le nombre qui en exprime le degré diminue »[94]. Ainsi, plus le degré d'agrément associé à un objet est bas, plus il nous charme facilement ; inversement, plus ce degré est haut, plus sa complexité transporte notre âme.

---

[93] *Tentamen*, II §31, in **[14]** vol.1 pp.115-116.
[94] *Tentamen*, V §19, in **[14]** vol.1 p.149.

Applications

§. 16. Sunt autem in ſonis duae res praecipue, quae ordinem continere poſſunt, eorum ſcilicet grauitas vel acumen, in quibus quantitatem ſonorum poſuimus, et duratio. Ob illam igitur placet muſicus concentus, ſi ordinem, quem ſoni ratione grauitatis et acuminis inter ſe tenent, percipimus; ſed ob hanc placet, ſi ordinem, quem durationes ſonorum tenent, comprehendimus. Praeter haec duo aliud in ſonis non datur, quod ad ordinem recipiendum eſſet aptum, niſi forte vehementia: ſed tametſi et hac muſici vti ſoleant in ſuis concentibus, vt mox fortes mox debiles effici debeant ſoni, tamen non in perceptione rationis ſeu ordinis, quem hi vehementiae gradus inter ſe habent, ſuauitatem quaerunt; et hanc ob rem vehementiae quantitatem definire neque ſolent neque poſſunt.

> Dans les sons, il y a deux choses principales où l'ordre peut se manifester : l'une est la quantité des sons, représentée par leur gravité ou leur acuité, l'autre est leur durée. Une musique plaît par la quantité des sons si nous saisissons l'ordre qui règne dans le grave et l'aigu ; elle plaît par la durée si nous comprenons l'ordre que présentent les sons sous ce rapport. Outre ces deux conditions, il n'y a rien dans les sons qui soit apte à contenir de l'ordre, si ce n'est peut-être leur intensité ; mais quoique les musiciens emploient l'intensité de manière à rendre les sons tantôt plus faibles tantôt plus forts, ils ne cherchent pas cependant pas à tirer aucun agrément de la perception de l'ordre qui existe dans les différents degrés d'intensité ; et c'est pour cela que, d'ordinaire, ils ne définissent pas la quantité de leur intensité, ce qui d'ailleurs serait très difficile[95].

Nous l'évoquions plus haut, Euler limite son étude aux hauteurs et au rythme. Ce dernier est absent du *Tentamen* car « les rapports [y] sont plus faciles à saisir »[96], en effet

---

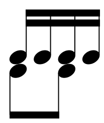
[95] *Tentamen*, II §16, in **[14]** vol.1 p.110.
[96] *Tentamen*, II §35, in **[14]** vol.1 p.118.

la division du temps est soit binaire, soit ternaire, ainsi les rapports rythmiques ne feront intervenir que les chiffres 2 et 3[97]. Ainsi, Euler remarque[98] :

> Pour les durées, la difficulté est du même genre que s'il s'agissait de découvrir à la vue simple les rapports existants entre des lignes.

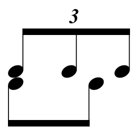
Nous proposons nonobstant quelques exemples d'applications rythmiques afin d'illustrer ce qu'Euler ne fait qu'évoquer, et dans le but d'introduire avec plus de simplicité les notions suivantes.

Prenons donc un rapport évident, celui du simple au double :



Le rapport entre les deux éléments est 2 : 4. Nous le ramenons sous sa forme irréductible 1 : 2 et calculons le PPCM des deux nombres ainsi obtenus, qui est 2. Cette combinaison appartient donc au deuxième degré d'agrément[99]. Notons que ce rapport peut aussi bien apparaître entre des combinaisons rythmiques binaires qu'entre des combinaisons rythmiques ternaires.

Poursuivons donc avec la combinaison du binaire et du ternaire :



---

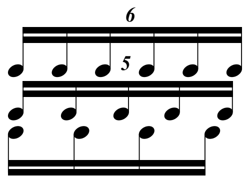
[97] Il est bien ici question de la division du temps, héritée des notions de temps parfait ou imparfait et de prolation majeure ou mineure. Il est intéressant que même dans les expérimentations les plus folles de l'*ars subtilior* on ne trouve pas de division du temps en cinq. Aujourd'hui encore, le quintolet ou le septolet sont des ratios d'une division binaire ou ternaire.

[98] *Tentamen*, II §35, in **[14]** vol.1 p.118.

[99] Dans la suite de notre travail, nous nous rapportons au tableau de l'échelle de suavité précédemment reproduit pour déterminer les degrés d'agrément (cf. p.44).

Le rapport est 3 : 2, l'exposant de cette combinaison est donc 6, ce qui la place au quatrième degré d'agrément. Tous les rapports entre binaire et ternaire sont celui du *3 pour 2*, ainsi, le quatrième degré apparaît comme limite supérieure dans l'échelle de suavité du rythme, ce qui justifie le choix d'Euler de ne pas s'attarder sur la question[100].

Nous pouvons toutefois imaginer où l'introduction du chiffre 5 porterait le rythme, au moyen de la figure suivante :



Le rapport entre les éléments est 4 : 5 : 6. L'exposant est donc 60, le degré d'agrément le neuvième[101]. Nous remarquons que l'exposant de cette combinaison n'est pas l'addition de ceux de 4 : 5, 5 : 6 et 4 : 6[102]. En effet :

$$20 + 30 + 6 = 56 \neq 60$$

Cette propriété révèle la subtilité du degré d'agrément, qui sépare l'écoute de la perception. Ainsi, il ne s'agit pas de théoriser le décompte que l'esprit effectue, mais bien la perception qu'il se fait d'une image, le niveau de complexité du jugement qu'il formule à son égard[103].

Passons maintenant au contenu du *Tentamen*, c'est-à-dire l'application du degré d'agrément aux hauteurs seules. Voici comment s'ouvre le quatrième chapitre de l'essai[104] :

[100] Le *3 pour 4* appartient au cinquième degré, mais il est suffisamment rare pour pouvoir être justement considéré comme hors limites.
[101] Nous avons choisi cet exemple car il représente en valeurs rythmiques les proportions de l'accord parfait majeur.
[102] De même, le degré d'agrément de l'ensemble n'est pas l'addition des degrés des trois rapports.
[103] François Nicolas détaille cette idée dans l'article déjà cité *La confrontation Euler-Rameau* in **[19]**.
[104] *Tentamen*, IV §1, in **[14]** vol.1 p.129. La traduction est celle des rédacteurs de l'ouvrage, ce paragraphe étant absent de la version de 1839.

Plures ſoni ſimplices ſimul ſonantes conſtituunt ſonum compoſitum, quem hic conſonantiam appellabimus. Ab aliis quidem conſonantiae vox ſtrictiore ſenſu accipitur, vt tantum denotet ſonum compoſitum auditui gratum multumque ſuauitatis in ſe habentem: hancque conſonantiam diſtinguunt a diſſonantia, quae ipſis eſt ſonus compoſitus parum vel nihil ſuauitatis complectens. At quia partim difficile eſt conſonantiarum et diſſonantiarum limites definire, partim vero haec diſtinctio cum noſtro tractandi modo minus congruit, quo ſecundum ſuauitatis gradus Cap. II. expoſitos ſonos compoſitos ſumus iudicaturi, omnibus ſonitibus, qui ex pluribus ſonis ſimplicibus ſimul ſonantibus conſtant, conſonantiae nomen tribuemus.

> Plusieurs sons simples qui sonnent simultanément constituent un son composé, qu'ici nous appellerons consonance. Dans les faits, ce mot a pour d'autres une acception plus restrictive, et désigne uniquement un son composé agréable à l'ouïe et contenant en soi beaucoup de douceur ; ceux-ci la distinguent de la dissonance, qui pour eux est un son qui contient peu de douceur ou n'en contient pas du tout. Mais comme, d'un côté, il est difficile de définir la frontière entre les consonances et les dissonances, et que, de l'autre, cette distinction est en réalité moins en accord avec notre manière de développer notre sujet, manière selon laquelle nous jugerons les sons composés suivant les degrés d'agrément exposés au chapitre II, nous attribuerons le nom de consonance à tous les sons constitués par plusieurs sons simples qui sonnent simultanément.

C'est sûrement l'apport le plus original de la théorie d'Euler. Les rapports entre les sons ne sont plus arbitrairement séparés en consonances et dissonances, mais ordonnés selon leur niveau de complexité. Ainsi tout est consonance, au sens propre du terme[105] ; ce qui différencie un ensemble de son d'un autre est la plus ou moins grande facilité qu'a notre esprit à le comprendre. Euler envisage toute combinaison sonore comme un accord

[105] *Consonantia*, de « cum » et « sonare » : sonner avec, sonner ensemble.

de sons, il distingue les *bi-sones* - ce que nous nommons aujourd'hui intervalles - et les *muti-sones* - qui correspondent à nos accords[106].

Pour ce qui est des *bi-sones*, les calculs sont assez simples. Prenons par exemple la tierce majeure 4 : 5. Son exposant est 20, son degré d'agrément le septième. La tierce mineure quant à elle, dont l'expression numérique est 5 : 6, appartient, du fait de son exposant 30, au neuvième degré. Euler présente au chapitre VII un tableau de tous les intervalles simples associés à leurs degrés d'agrément[107] :

Nomina Intervallor.	Ratio sonorum.	Mensura.	Gradus Suavitatis.
Diaschisma.	2048 : 2025.	0, 016295.	XXVIII.
Comma.	81 : 80	0, 017920.	XVII.
Diesis.	128 : 125.	0, 034215.	XX.
Hemiton. minus.	25 : 24.	0, 058894.	XIV.
Limma minus.	135 : 128.	0, 076814.	XVIII.
Hemit. maius.	16 : 15.	0, 093109.	XI.
Limma maius.	27 : 25.	0, 111029.	XV.
Tonus minor.	10 : 9.	0, 152004.	X.
Tonus maior.	9 : 8.	0, 169924.	VIII.
Tertia minor.	6 : 5.	0, 263034.	VIII.
Tertia maior.	5 : 4.	0, 321928.	VII.
Quarta.	4 : 3.	0, 415037.	V.
Tritonus.	25 : 18.	0, 473931.	XIV.
	45 : 32.	0, 491851.	XIV.
	64 : 45.	0, 508148.	XV.
	36 : 25.	0, 526068.	XV.
Quinta.	3 : 2.	0, 584962.	IV.
Sexta minor.	8 : 5.	0, 678071.	VIII.
Sexta maior.	5 : 3.	0, 736965.	VII.
Septima minor.	16 : 9.	0, 830075.	IX.
	9 : 5.	0, 847995.	IX.
Septima maior.	50 : 27.	0, 888970.	XVI.
	15 : 8.	0, 906890.	X.
	256 : 135.	0, 923185.	XIX.
	48 : 25.	0, 941105.	XV.
Octaua.	2 : 1.	1, 000000.	II.

[106] *Tentamen*, IV §7, in **[14]** vol.1 p.131.

[107] *Tentamen*, VII §24, in **[14]** vol.1 p.170. La première et la troisième septième majeure sont les renversements respectifs du limma majeur et du limma mineur. Les tritons sont obtenus ainsi : $\frac{25}{18} = \frac{4}{3} \times \frac{25}{24}$, quarte juste augmentée d'un demi-ton mineur ; $\frac{45}{32} = \frac{3}{2} \times \frac{15}{16}$, quinte juste diminuée d'un demi-ton majeure ; $\frac{64}{45} = \frac{4}{3} \times \frac{16}{15}$, quarte juste augmentée d'un demi-ton majeur ; $\frac{36}{25} = \frac{3}{2} \times \frac{24}{25}$, quinte juste diminuée d'un demi-ton mineur ou : $\frac{36}{25} = \frac{6}{5} \times \frac{6}{5}$ deux tierces mineures superposées.

Nous constatons que l'ordre est plutôt en accord avec la distinction usuelle entre consonances et dissonances[108]. L'octave et la quinte viennent avant les tierces et sixtes qui sont suivies des secondes et des septièmes. Remarquons toutefois que le ton majeur partage le même degré que la tierce mineure et la sixte mineure[109] ; remarquons également que ce classement permet de rendre compte de la moindre perfection de la tierce mineure face à son homologue majeure. Nous évoquerons le statut de la quarte plus loin.

La limite supérieure en termes de degré apparaît donc comme étant XVIII si nous considérons que les intervalles minimes n'ont pas vocation être employés au sein d'un accord. Il est évident que la limite supérieure de l'agrément augmentera d'autant que le nombre de sons considérés sera grand, aussi abandonnons-nous ce concept-là à partir de maintenant, la distance entre deux éléments sur l'échelle des suavités étant le paramètre plus apte à définir la relation entre deux accords. Remarquons également qu'il n'y a pas de premier degré, correspondant à l'unisson seul et qui ne saurait être considéré comme un accord offrant une grande variété.

Passons maintenant aux accords *multi-sones*. Comme nous l'avons vu dans les prolégomènes, la représentation numérique de ceux-là s'obtient d'après les intervalles qui les composent. Observons le cas de l'accord parfait majeure, *trias harmonica*[110] :

$$4 : 5 : 6$$

Son exposant 60 lui associe le neuvième degré d'agrément. Il est intéressant de noter que changer la disposition de l'accord peut changer le degré d'agrément. Dans l'exemple présent, si nous disposons ce même accord dans la position de quinte et dixième majeure par rapport à la basse - ce qui se numérise ainsi :

$$2 : 3 : 5$$

---

[108] Rappelons : octave et quinte, consonances parfaites ; tierces et sixtes, consonances imparfaites, secondes, quarte et septièmes, dissonances.
[109] Euler fait ce constat dans le *Tentamen*, IV §14, in **[14]** vol.1 p.133.
[110] Il s'agit du nom latin de l'accord parfait majeur, employé par les théoriciens du XVI^e^ siècle. Ce nom subsiste au XVIII^e^, nous pensons notamment au célèbre canon apocryphe du même nom de Jean-Sébastien Bach.

l'exposant est 30 et le place donc au huitième degré d'agrément. La théorie d'Euler prend ainsi en compte le fait que nous n'apprécions pas de la même manière les différentes dispositions d'un même accord.

Observons le premier renversement de l'accord parfait majeur en position resserrée :

15 : 18 : 20

Son exposant est le PPCM de 15, 18 et 20, à savoir 180 ; le degré d'agrément correspondant est le onzième. Là encore, la théorie s'accorde avec la pratique qui regarde l'accord de sixte comme moins stable que l'accord de quinte.

Examinons à présent l'accord parfait mineur :

10 : 12 : 15

L'exposant est 60, ainsi il appartient au même degré que l'accord parfait majeur. Ceci peut paraître surprenant par rapport à l'usage de la tierce picarde qui prescrit de majoriser la tierce de l'ultime accord d'une période en mode mineur pour plus de stabilité ; nous pouvons regarder ce résultat comme une explication de l'abandon progressif de cette habitude - l'accord parfait mineur présentant le même degré de complexité pour notre esprit que son alter ego - mais le statut de la tierce picarde est en réalité plus subtil et mériterait un travail de recherche à lui tout seul[111].

Euler poursuit son essai en considérant la manière dont deux accords peuvent se succéder[112] :

> Pour que la perception de deux accords successifs puisse être agréable, il faut d'abord que chacun d'eux possède cette qualité ; ensuite, que leur succession elle-même flatte l'oreille. Le degré d'agrément des accords est indiqué par leurs exposants, ainsi que

[111] Nous pouvons notamment analyser son effet comme un enrichissement du mode, le portant alors à un degré d'agrément supérieur, plus raffiné et par conséquent plus apte à délecter notre intellect, bien loin de l'idée reçue naïve qui lui associe le bonheur et la joie.
[112] *Tentamen*, V §8, in **[14]** vol.1 p.147.

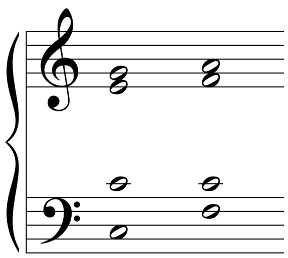
> nous l'avons montré dans le chapitre qui précède ; quant à celui de la succession, il l'est aussi par l'exposant qui la représente.

Deux accords qui se succèdent doivent donc chacun posséder un degré d'agrément acceptable, la succession ne pourra légitimer l'emploi d'accords déplaisants. Mais le caractère individuel des accords ne reflète en rien celui de leur enchaînement, il faut donc décider d'un nouvel exposant propre à la succession. Euler considère l'ensemble des sons contenus dans les deux accords, créant ainsi un nouvel accord issu de la fusion des deux initiaux, et y applique le degré d'agrément[113] :

> Les deux accords qui composent la succession doivent être considérées comme s'ils sonnaient en même temps : l'exposant de l'accord composé qui naît de cette hypothèse indiquera le degré d'agrément auquel s'élève la succession elle-même.

Mais le problème de la relation entre les accords se pose. En effet, dans l'enchaînement entre deux accords, chaque voix évolue d'après un intervalle donné, il faut donc introduire une nouvelle notion qui permette de prendre cette relation en compte dans le calcul, notamment en introduisant un son de référence commun aux deux accords.

Illustrons le problème avec l'exemple suivant :



Pour mettre en relation ces deux accords, il nous faut un point de repère commun. Numérisons le premier accord à partir du fa$_1$: il présente la quinte de ce fa$_1$, la douzième, la septième majeure redoublée, et le ton majeur doublement redoublé.

[113] *Tentamen*, V §3, in **[14]** vol.1 p.145.

Nous obtenons :

$$\frac{3}{2} : 3 : \frac{15}{4} : \frac{9}{2}$$

Ce qui donne sous forme unifiée :

$$6 : 12 : 15 : 18$$

Le son générateur de cet accord, représenté par l'unité, est un fa$_{-2}$ (si toutefois cela est possible)[114].

Le deuxième accord se numérise donc à partir du fa$_{-2}$ comme suit[115] :

$$8 : 12 : 16 : 20$$

Pour calculer l'exposant du premier accord, il faut au préalable simplifier par 3. Or, cette opération a pour effet d'abaisser l'accord d'une douzième, ce qui fausse la relation existant entre ces deux accords dans leur enchaînement. Il est donc indispensable de joindre un nouvel élément à l'exposant, élément introduit par Euler au chapitre V[116] :

> Pour la comparaison de plusieurs accords, il faut avoir égard à leurs relations aussi bien qu'à leurs exposants. C'est pourquoi, si l'unité représente la base d'un accord considéré d'une manière absolue, il faut, lorsqu'on le compare à d'autres, représenter la base de chacun par un nombre qui lui convienne, en rapport avec tous les autres sons. De là il résulte que, dans la comparaison de divers accords, chacun doit être exprimé par deux nombres dont le premier est son exposant, et le second un indice qui en représente la base proportionnellement à celle des autres.

L'indice est ainsi joint à l'exposant pour représenter un accord dans le cadre de sa succession avec un autre, il se note entre parenthèse à côté de l'exposant[117]. Il s'agit tout

---

[114] Nous obtenons ce son générateur en divisant le son représenté par 6 par 3 puis par 2, c'est-à-dire en abaissant le do$_1$ d'une douzième puis d'une octave, ce qui donne bien un fa$_{-2}$, hors du piano.
[115] Remarquons que le do commun aux deux accords est bien représenté par 12 dans les deux expressions.
[116] *Tentamen*, V §11, in **[14]** vol.1 p.148.
[117] *Tentamen*, V §12, in **[14]** vol.1 p.148.

simplement du plus grand commun diviseur (PGCD)[118], facteur commun à tous les sons de l'accord que l'examen d'un accord hors contexte nous fait éliminer au profit des rapports les plus simples possibles. Or, comme nous l'avons vu ci-dessus, l'élimination de ce facteur a des conséquences sur l'enchaînement ; l'indice permet donc d'exprimer le plus justement possible l'accord au sein de la succession, en préservant la relation entre les accords et en permettant l'expression exacte de l'exposant, à partir de la forme irréductible. Euler note A l'exposant d'un accord et a son indice, si bien que l'accord s'écrit alors : $A(a)$[119].

Revenons à notre exemple : le premier accord 6 : 12 : 15 : 18 a donc comme indice : $PGCD(6\ ;\ 12\ ;\ 15\ ;\ 18) = 3$, et comme exposant : $PPCM(2\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6) = 60$. Nous le noterons donc : 60(3). Le deuxième accord 8 : 12 : 16 : 20 a pour indice : $PGCD(8 : 12 : 16 : 20) = 4$, et pour exposant : $PPCM(2 : 3 : 4 : 5) = 60$ également. Nous le noterons : 60(4)[120].

Euler poursuit en remarquant que dans le cas d'un accord $A(a)$, les sons de l'accord sont exprimés par les nombres dont A est le PPCM, multipliés par a. Il suit donc que Aa est le PPCM des nombres qui représentent l'accord sous sa forme non réduite au sein de la succession, et donc son exposant[121].

Dans notre exemple, 2 : 4 : 5 : 6 est la forme réduite de notre premier accord. Les nombres qui la composent ont pour PPCM 60. La forme non réduite de l'accord est 6 : 12 : 15 : 18, obtenue en multipliant les nombres de la précédente par l'indice 3. Le PPCM des nombres ainsi créés est bien : $3 \times 60 = 180$. L'exposant de l'accord pris dans la succession est donc 180.

À ce stade, nous imaginons bien que le lecteur puisse être quelque peu perplexe, mais qu'il se rassure, les choses ne vont pas se compliquer davantage. Poursuivons donc, en envisageant la succession de deux accords $A(a)$ et $B(b)$. « Puisque l'agrément de la succession est ramené à celui de l'accord formé de l'ensemble des deux accords

---

[118] *Tentamen*, V §14, in **[14]** vol.1 p.148. Le calcul du PGCD est le procédé inverse de celui du PPCM.
[119] *Tentamen*, V §15, in **[14]** vol.1 pp.148-149.
[120] Nous remarquons que dans le cas d'accords parfaits, les indices correspondent aux fondamentales des accords, et ainsi aux fonctions harmoniques telles que nous les chiffrons aujourd'hui. Dans le cas d'accords plus complexes ce n'est pas le cas, comme nous l'avons montré dans les prolégomènes (cf. p.20).
[121] *Tentamen*, V §15, in **[14]** vol.1 pp.148-149.

proposés », « l'exposant de la succession sera le plus petit commun multiple des nombres Aa et Bb »[122]. Notons que a et b doivent être premiers entre eux, s'ils ne le sont pas, c'est qu'il est possible d'apporter la même simplification aux deux accords, ce qu'il faut faire avant de procéder au calcul[123].

Dans notre exemple où 60(3) et 60(4) se succèdent, l'exposant de la succession est : $PPCM(60 \times 3\ ;\ 60 \times 4) = PPCM(180\ ;\ 240) = 720$. Il appartient au treizième degré d'agrément.

Soucieux de ne pas compliquer le travail des musiciens, Euler propose une formule simple pour calculer l'exposant de la succession de deux accords. Celle-ci repose sur la propriété suivante pour deux entiers naturels *i* et *j* non nuls :

$$PPCM(i;j) \times PGCD(i;j) = ij$$

Ainsi, dans le cas de la succession de deux accords *A*(*a*) et *B*(*b*), l'exposant de la succession est[124] :

$$PPCM(Aa;Bb) = \frac{AaBb}{PGCD(Aa;Bb)}$$

Si nous appliquons ceci dans notre exemple, l'exposant de la succession est immédiatement donné par :

$$PPCM(180\ ;\ 240) = \frac{60 \times 3 \times 60 \times 4}{PGCD(180\ ;\ 240)}$$

$$= \frac{60 \times 3 \times 60 \times 4}{60}$$

$$= 720$$

[122] *Tentamen*, V §16, in **[14]** vol.1 p.149.
[123] *Tentamen*, V §17, in **[14]** vol.1 p.149.
[124] *Tentamen*, V §18, in **[14]** vol.1 p.149.

Euler termine son raisonnement en introduisant la notion d'ordre d'une succession au paragraphe 23 du chapitre V[125] :

> Nous dirons qu'une succession est du premier ordre lorsque le plus petit commun multiple des nombres *Aa* et *Bb* est égal à *M*, qui est aussi le plus petit commun multiple de *A* et de *B* ; elle deviendra du second ordre quand son exposant sera égal à 2*M*, du troisième ordre si son exposant est 3*M* ou 4*M*, les nombres 3 et 4 appartenant tous deux au troisième degré d'agrément; en général, la succession ayant pour exposant *nM* sera d'un ordre indiqué par le degré d'agrément auquel appartiendra le nombre *n*.

L'ordre d'une succession est donc donné par le degré d'agrément de *n*, *n* étant un entier naturel calculé comme suit[126] :

$$n = \frac{AaBb}{PGCD(Aa;Bb) \times PPCM(A;B)}$$

Dans notre exemple :

$$n = \frac{60 \times 3 \times 60 \times 4}{PGCD(180\ ;\ 240) \times PPCM(60\ ;\ 60)}$$

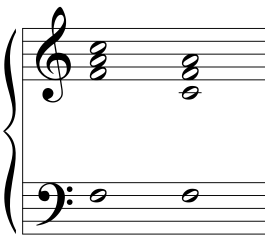
$$= \frac{60 \times 3 \times 60 \times 4}{60 \times 60}$$

$$= 12$$

Notre succession est donc du cinquième ordre, à ne pas confondre avec le degré d'agrément de la succession. L'ordre renseigne sur le niveau de complexité de la déclinaison d'un enchaînement précis.

[125] *Tentamen*, V §23, in **[14]** vol.1 p.150.
[126] Nous déduisons cette formule du paragraphe 22 du chapitre V, in **[14]** vol.1 p.150.

Pour que cette même succession soit du premier ordre, il faut multiplier par $\frac{4}{3}$ notre premier accord, ce qui revient à le hausser d'une quarte. Nous avons ainsi comme succession 8 : 16 : 20 : 24 qui s'enchaîne à 8 : 12 : 16 : 20. La voici sur portée :



Les deux accords ont pour indice 4, nous sommes donc dans le cas évoqué précédemment où il faut simplifier les deux accords par le même nombre avant de procéder au calcul, en l'occurrence par 4[127]. Nous étudions alors la succession de 2 : 4 : 5 : 6 et 2 : 3 : 4 : 5. Ces accords ont pour indice 1 et exposant 60 tous les deux. Nous obtenons 1 comme valeur de n, la succession est donc bien du premier ordre. Cette forme de l'enchaînement est donc supérieure en agrément à la précédente, mais nous conviendrons qu'elle en est bien différente musicalement.

Euler élargit ces principes aux séries d'accords[128] :

> On comprend l'harmonie ou l'agrément, soit d'un accord isolé, soit de la succession de deux accords, quand on connaît l'exposant de tous les sons qui s'y trouvent. Il en est de même de l'harmonie d'une série d'accords : on la comprendra si l'on connaît l'exposant de tous les sons qui la constituent. On conçoit d'après cela que, pour apprécier l'agrément de plusieurs accords successifs, il faut connaître l'exposant de tous les sons et de tous les accords qui en sont formés.

Il s'agit donc d'appliquer exactement la même méthode quand trois accords ou plus se suivent que dans le cas où deux s'enchaînent.

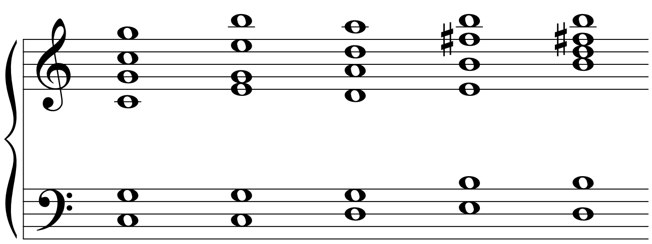
---

[127] Ceci ne change pas la relation entre les deux accords, mais transforme le son générateur en fa_2.
[128] *Tentamen*, VI §5, in **[14]** vol.1 p.156.

Au paragraphe 22 du chapitre VI, Euler propose l'exemple suivant[129] :

8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48;
8 : 12 : 20 : 24 : 40 : 60;
9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54;
10 : 15 : 20 : 30 : 45 : 60;
9 : 15 : 30 : 36 : 45 : 60;

Nous l'avons transcrit sur portée en prenant un do_{-2} comme base :



Nous sommes en droit de nous demander à quelle réalité musicale cela correspond, entre les quintes et octaves consécutives, la non préparation et non résolution des dissonances ainsi que la disposition des accords, la suavité contrapuntique en vigueur au XVIII[e] siècle semble bien éloignée.

Si nous jouons néanmoins le jeu, le calcul des PGCD donne chaque indice puis celui des PPCM chaque exposant, d'après la méthode détaillée plus haut. Nous obtenons la série suivante : 24(4) : 30(4) : 36(3) : 36(5) : 60(3). En continuant de suivre la méthode sus-citée, nous obtenons l'exposant de la série : 4320, qui appartient au seizième degré[130]. Rappelons que l'exemple que nous avons proposé plus haut pour illustrer chaque étape de la méthode de calcul était du treizième degré ; si nous comparons ces deux exemples - attendu que le degré d'agrément de la série est nécessairement supérieur à celui de la succession du fait du plus grand nombre de sons qu'elle contient - nous constatons que la frontière entre l'euphonie et la cacophonie est ténue dans le système eulérien. Partant, nous pensons qu'il est temps d'aborder le chapitre suivant.

---

[129] *Tentamen*, VI §22, in **[14]** vol.1 p.160.
[130] Euler donne lui-même ces résultats.

Limites

Au-delà de la complexité évidente de la méthode eulérienne - qui poussera sans doute le musicien à pudiquement refermer l'ouvrage et le ranger sur la dernière planche de sa bibliothèque - la théorie proposée par Euler présente certaines limites que nous détaillons ici.

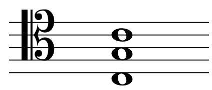
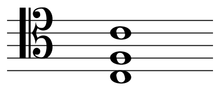
Tout d'abord, le statut de la quarte, qui a pour degré d'agrément le cinquième[131]. Euler constate que sa théorie diffère de la pratique mais ne parvient pas à le justifier[132] :

> Si l'on examine la chose avec attention, on reconnaîtra que la différence entre les consonances et les dissonances ne consiste pas seulement dans le plus ou moins de facilité à les apprécier, mais qu'elle résulte aussi de la structure toute entière de la composition. Les accords dont l'emploi est moins avantageux sont appelés dissonances, alors même qu'ils sont plus faciles à apprécier que d'autres que l'on range parmi les consonances. Il en est ainsi du ton 8 : 9 et de la quarte ou *diatessaron*, formée de deux sons dont le rapport est 3 : 4, que les musiciens prennent pour une dissonance plutôt que pour une consonance, bien qu'il n'y ait aucun doute qu'elle ne puisse être appréciée très facilement.

Ce n'est pas la tournure capillotractée de la première phrase ni le statut « avantageux » des accords qui pourront nous éclairer. Rappelons que la quarte est dissonante uniquement à deux voix, où lorsqu'elle forme une catachrèse comme le rappelle Burmeister[133] ; en dehors de ces cas, elle est tout à fait acceptée au sein d'une harmonie consonante, ce que Fux expose en toute clarté[134] :

---

[131] Se rapporter au tableau précédemment reproduit p.49.
[132] *Tentamen*, IV §15, in **[14]** vol.1 pp.133-134. Euler rappelle au paragraphe suivant que la quarte était regardée comme consonante par les pythagoriciens, et utilisée comme tel au moyen-âge.
[133] **[13]** p.275. Catachrèse de la quarte (*katachresis* vient de *kata kraomai*, « j'abuse », et signifie « abus ») : placement d'une quarte sous des sons rassemblés pour former une harmonie, alors qu'elle ne peut être utilisée comme fondement et affaiblit pour cette raison l'harmonie.
[134] **[15]** p.61.

> Célèbre et de grande difficulté est la question de savoir si la quarte est une consonance. Tous les Pythagoriciens l'affirment, ainsi [que][?] des auteurs très connus par la gloire de leur autorité et de leur doctrine. Avant que je ne décide de cette chose, je voudrais qu'on me dise quelle quarte ils considèrent : celle qui est issue de la division harmonique ou celle qui provient de la division arithmétique[135] ? S'il s'agit de celle qui provient de la division harmonique, par exemple :
>
> 
>
> Qui ne verrait pas que cet exemple contient la quarte autant que la quinte et l'octave ? En effet, il faut mesurer les intervalles à partir de la basse et du fondement et non depuis une partie médiane vers les autres parties. [...] Si, en revanche, il s'agit de la quarte issue de la division arithmétique :
>
> 
>
> je ne sais comment on peut la mettre au rang des consonances, [...] il semble que la pratique introduite au cours de nombreux siècles y soit contraire, et il importe que nous nous y conformions puisque l'usage actuel la sépare très peu des dissonances et qu'on ne peut s'en servir autrement que par des syncopes et des retards.

Pour clore ce sujet, nous nous pencherons du côté de Descartes qui introduit dans une lettre à Mersenne de 1631 une distinction intéressante entre simplicité et agrément[136] :

> Touchant la douceur des consonances, il y a deux choses à distinguer : à savoir, ce qui les rend plus simples & accordantes,

---

[135] Il s'agit bien ici des deux divisions de l'octave modale : authente ou naturelle (ici harmonique) et plagale ou arithmétique. Les exemples suivants illustrent ces deux cas.

[136] DESCARTES René, *Œuvres complètes*, Paris, Librairie philosophique Vrin, 1996, t.1 p.223, cité in **[19]** p.124.

> & ce qui les rend plus agréables à l'oreille. Or, pour ce qui les rend plus agréables, cela dépend des lieux où elles sont employées [...]. Mais on peut dire absolument quelles consonances sont les plus simples & plus accordantes ; car cela ne dépend que de ce que leurs sons s'unissent davantage l'un avec l'autre, & qu'elles approchent plus de la nature de l'unisson ; en sorte qu'on peut dire absolument que la quarte est plus consonante que la tierce majeure, encore que pour l'ordinaire elle ne soit pas si agréable, comme la casse est bien plus douce que les olives, mais non pas si agréable à notre goût.

Cette distinction juste et astucieuse met en évidence les faiblesses de la théorie de la coïncidence des coups, sur lesquelles la théorie eulérienne achoppe.

Un autre accord déstabilise fortement la théorie de l'agrément, il s'agit de la septième diminuée. À l'époque d'Euler, seuls les accords de quinte et de sixte peuvent être utilisés sans conditions attachées, les dissonances devant être dûment préparées et résolues, à l'exception de l'accord de septième diminuée qui, s'il appelle bien résolution, peut être plaqué sans vergogne[137]. Nous considérerons donc que l'analyse des notes étrangères se fait au sein de la succession, ce qui justifie un degré d'agrément plus élevé ; en revanche la septième diminuée peut être analysée isolément, et ne devrait donc pas dépasser le dix-huitième degré. Calculons justement son degré d'agrément d'après sa composition : une tierce mineure, une quinte diminuée et une septième diminuée. Ce qui donne en rapports numériques[138] :

$$\frac{6}{5} : \frac{36}{25} : \frac{128}{75}$$

---

[137] Nous laissons de côté le statut particulier de la septième de dominante, que la pratique du début du XVIII^{e} siècle commence à autonomiser. Retenons simplement qu'en théorie, à l'époque où Euler écrit son essai, seuls les accords de dominante sans fondamentale - dont la septième diminuée n'est qu'un enrichissement - sont employés sans préparation. L'évolution de l'accord de septième de dominante sera abordée plus loin.

[138] Nous trouvons chez Rameau le rapport de la septième diminuée dans **[29]** p.26. Il s'obtient en superposant deux sixtes mineures, puis en retranchant une quinte : $\frac{8}{5} \times \frac{8}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{128}{75}$.

Ce qui équivaut à :

$$75 : 90 : 108 : 128$$

L'exposant est :

$$PPCM(75; 90; 108; 128) = 86400$$

Il est en dehors du tableau donné par Euler[139], nous calculons donc nous-même son degré d'agrément, d'après sa décomposition en facteurs premiers :

$$86400 = 2^7 \times 3^3 \times 5^2$$

Ainsi son degré est :

$$1 + 7(2-1) + 3(3-1) + 2(5-1) = XXII$$

Ceci le place au même niveau que les intervalles minimes - exclus de la composition - entre le diésis et le diaschisma. Il va sans dire que ce résultat s'écarte de la réalité musicale mais aussi de la perception d'un tel accord par l'auditeur.

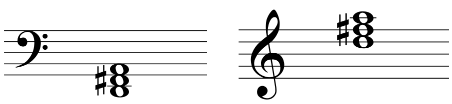
Un autre aspect que le *suavitatis gradus* néglige est celui de l'habitus culturel. Pourtant Euler y fait référence, il apparaît même comme une épine dans le pied de notre géomètre au chapitre II[140] :

> On doit nécessairement rejeter l'opinion de ceux qui croient que la musique dépend du seul libre arbitre des hommes, que la nôtre nous plaît uniquement parce que nous sommes habitués à l'entendre, et que celle des peuples barbares nous déplaît pour la raison contraire.
>
> Cependant, je conviens et je prouverai même plus bas[141] qu'il peut arriver qu'à force de l'entendre, une mélodie - qui n'offre d'abord rien d'agréable - finisse par plaire, et réciproquement.

139 Se rapporter au tableau des seize premiers degrés d'agrément p.44.
140 *Tentamen*, II §1, in **[14]** vol.1 p.105.
141 Cette démonstration ne viendra malheureusement jamais.

Ainsi, ce n'est pas par habitude qu'une musique nous est agréable, même si cela est quand même vrai. Nous grossissons un peu malhonnêtement le trait, mais l'ambiguïté est réelle, à savoir qu'Euler entend révéler les lois immanentes et irréfragables de l'harmonie, tout en reconnaissant que certains cas particuliers subsistent. En fait, Euler se heurte à l'incomplétude[142] du système où il travaille, tout comme la mathématique recèle des propositions indécidables. Nous ne pouvons que louer la persévérance du savant, deux-cents ans tout juste avant les travaux de Kurt Gödel[143].

Par ailleurs, d'autres failles moins excusables se trouvent dans la théorie du *Tentamen*. Commençons par le fait que la question du registre se trouve totalement absente du degré d'agrément. En effet, pris isolément, un accord parfait majeur sera toujours du neuvième degré d'agrément. Or, sa place dans le registre influe sur la perception que l'auditeur en a, tel est le cas des deux accords suivants :



Notons qu'Euler est conscient de ce phénomène, qu'il décrit parfaitement au chapitre II[144] :

> Les sons graves donnant moins de vibrations que les sons aigus dans le même temps, il est clair que le rapport des premiers considérés entre eux doit être plus difficile à saisir que celui des seconds s'ils ont tous la même durée.

Pourtant rien dans la théorie eulérienne ne semble en rendre compte.

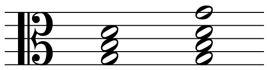
---

[142] C'est-à-dire le fait qu'il existe des propositions ne pouvant être démontrées au sein du système où elles existent.

[143] GÖDEL Kurt, *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme (Sur les propositions formellement indécidables des Principia Mathematica et des systèmes apparentés)*, Vienne, Monatshefte für Mathematik und Physik 38, 1931, pp. 173-198. Gödel a démontré que le système dans lequel travaillent les mathématiciens est incomplet, ce qui a définitivement tourné la page chimérique de la démonstration de la cohérence des mathématiques.

[144] *Tentamen*, II §20, in **[14]** vol.1 p.111.

Un autre problème apparaît dans le cas suivant :



Le premier accord (4 : 5 : 6) est du neuvième degré, quand le second (4 : 5 : 6 : 8) est du dixième. Ce qui n'est qu'un enrichissement rendrait l'accord plus difficile à saisir, alors même qu'Euler déclare que « la différence que l'oreille découvre entre les accords complets et incomplets consiste, comme il est aisé de le concevoir[145], en ce qu'elle apprécie plus distinctement les premiers que les seconds »[146]. Il est donc évident qu'Euler ne complète pas un accord comme le fait le musicien[147], ce que nous aborderons plus bas.

Considérons maintenant les nombreuses omissions du *Tentamen*, à savoir le rythme (et la mesure qui en découle), l'intensité et les notes étrangères. Nous avons déjà vu qu'Euler admet à mots couverts que la spéculation sur les hauteurs seules n'est pas entièrement satisfaisante, aussi est-il forcé par la suite d'amender sa théorie en fonctions des paramètres qu'il a négligés pour la construire. Nous pouvons lire au chapitre XIII[148] :

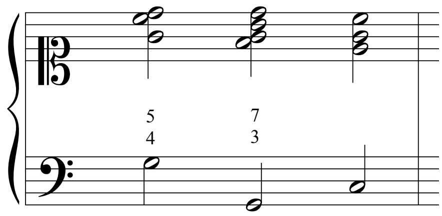
> Dans les diminutions des notes de musique on emploie fréquemment aussi, sans que l'harmonie en souffre, des sons qui ne font pas partie des accords.

Il faut donc regarder son essai comme porteur d'une méthode pour déterminer les accords principaux d'une œuvre, au milieu desquels se greffent les notes étrangères et l'ornementation.

---

[145] Pour celui qui est familier avec l'œuvre d'Euler, ce genre d'*a parte* est souvent signe qu'une zone de turbulences s'annonce.
[146] *Tentamen*, IV §30, in **[14]** vol.1 p.138. Par « accord complet », Euler entend accord qui contient le maximum de sons possibles. Il est vrai que nous sortons un peu cette notion de son contexte comme nous le verrons à la fin de ce chapitre, mais dans l'exemple qui nous intéresse, le second accord est bien « plus complet » que le premier.
[147] C'est-à-dire en enrichissant l'accord par des doublures des notes de la triade sans changer la basse, en doublant par ordre de préférence la fondamentale, la quinte puis la tierce. Le résultat est en général plus satisfaisant par sa plénitude. Patrice Bailhache remarque justement que c'est l'ignorance de la théorie des partiels harmoniques qui fait qu'Euler se fourvoie, dans **[19]** p.135.
[148] *Tentamen*, XIII §31, in **[14]** vol.1 p.274.

Dans ce même chapitre, Euler donne le seul exemple musical de tout le traité[149] :



et le commente ainsi[150] :

> L'emploi du son $\bar{f}$ pourrait paraître trop hardi et contraire aux règles de l'harmonie établies jusqu'à présent ; car il est cause que l'exposant du deuxième accord de la conclusion devient $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ et s'élève ainsi jusqu'au 16e degré d'agrément, qui rend cet accord presque inadmissible. Mais, [...] jusqu'à présent, nous n'avons traité que des accords principaux, en considérant chacun pour lui-même, et nous n'avons pas encore touché aux accords moins importants.
>
> Cette différence entre les accords prend surtout sa source dans la nature de la mesure, dont certaines parties sont regardées comme principales et les autres comme secondaires. C'est sur ces dernières qu'on emploie les accords moins importants ; leurs degrés d'agrément peuvent donc, sans porter aucune atteinte à l'harmonie, surpasser de beaucoup ceux des accords principaux pourvu que leur emploi se fasse avec discernement ; car ce n'est pas tant à leur degré d'agrément que l'on doit s'attacher, qu'à l'enchaînement des accords principaux.

Une fois de plus la théorie s'assouplit et n'est plus que garante d'un cadre sain, le reste se justifiant par la conduite des voix et le respect du cadre rythmique, décidément difficilement négligeable. Il est intéressant de noter qu'Euler nous parle de temps forts et

---

[149] *Tentamen*, XIII §28, in **[14]** vol.1 pp.273-274. L'original étant difficilement lisible, nous en produisons une version reconstituée.
[150] *Tentamen*, XIII §29-30, in **[14]** vol.1 p.274.

faibles alors même qu'aucune indication de mesure n'est donnée. Si l'on considère la barre de mesure, il peut aussi bien s'agir d'un $\frac{3}{2}$ que d'une hémiole dans un $\frac{6}{4}$; dans les deux cas, la cadence ne se fait pas d'un temps faible vers un temps fort.

Une autre notion que l'échelle des suavités ne prend pas en compte est le temps. Or, sans tomber dans des considérations trop philosophiques, qu'est-ce que la musique si ce n'est l'outil des modeleurs de temps. Comme l'a justement remarqué Yves Hellegouarch[151], la méthode d'Euler analyse les enchaînements et les séries d'accords sans se soucier du sens de leur déroulement. Ce qui est agréable en musique peut donc être entendu aussi bien à l'endroit qu'à l'envers ; nous imaginons pourtant assez mal ressentir une satisfaction intense à l'écoute d'une marche de septièmes jouée à l'envers, la réversibilité du temps étant incompatible avec le système tonal[152]. À ce stade de notre réflexion, il apparaît en fait que la théorie d'Euler gagnerait à être considérée comme une formalisation générale de l'harmonie en musique, et ainsi non directement applicable à l'intérieur d'un système qui se fonde sur ses propres lois, comme celui de la tonalité.

Enfin, terminons avec la notion d'accord « complet » qu'Euler introduit au chapitre IV de son essai[153] :

> J'appelle accord complet celui auquel on ne peut ajouter aucun nouveau son sans qu'il ne monte à un degré d'agrément plus élevé, ou sans que son exposant devienne plus grand.

Par exemple 1 : 2 : 3 : 6 qui est du quatrième degré est complet, 1 : 2 : 3 - qui est aussi du quatrième degré - ne l'est pas car il peut recevoir le son 6 sans que son exposant ne change (en effet $PPCM(1;2;3) = PPCM(1;2;3;6) = 6$).

De manière générale, un accord est complet lorsque tous les sons qui le composent sont ceux qui constituent l'ensemble des diviseurs de son exposant[154]. Dans notre

---

151 **[20]** p.10.

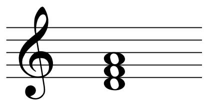
152 Chacun peut s'en assurer en écoutant un mouvement rapide d'un concerto de Vivaldi à l'envers, sans que cette remarque ne sous-entende un jugement de valeur hâtif, Vivaldi étant indéniablement l'un des nombreux génies de l'époque baroque.

153 *Tentamen*, IV §21, in **[14]** vol.1 p.136.

154 Nous déduisons cela du *Tentamen*, IV §22, in **[14]** vol.1 p.136.

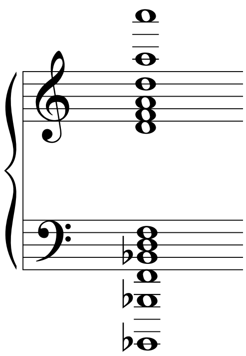
exemple, l'exposant 6 a pour diviseurs : 1 ; 2 ; 3 et 6, l'accord complet d'exposant 6 est donc bien le premier que nous avons donné[155].

Prenons maintenant le cas de l'accord parfait mineur 10 : 12 : 15. Son exposant est 60, dont les diviseurs sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 et 60. Ainsi, l'accord suivant :



partage le même degré d'agrément que l'accord :

1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 10 : 12 : 15 : 20 : 30 : 60



Un bâton de plus dans les roues de la théorie d'Euler de toute évidence[156]. Mais ce procédé n'est pas pour autant inintéressant, car nous avons montré jusqu'ici que l'application du *suavitatis gradus* à la musique tonale présente de nombreuses limites, autrement dit que l'application de la musique vers le degré d'agrément n'est pas concluante. Or dans le cas présent, il s'agit d'une application du degré d'agrément vers la musique. En effet, le choix d'un exposant dont le degré d'agrément nous est connu engendre un ensemble de sons. L'outil d'Euler acquiert dès lors une formidable puissance génératrice, à laquelle la deuxième moitié du *Tentamen* est consacrée.

---

[155] Notons qu'à l'inverse, un accord auquel on ne peut retrancher un son sans qu'il ne change de degré est appelé « pur » par Euler, cf. *Tentamen*, IV §26, in **[14]** vol.1 p.137.
[156] Patrice Bailhache relève toutefois que ce résultat peut être regardé comme en accord avec la théorie des sons partiels, dans **[19]** p.135.

Les genres de musique

La notion de genre n'est pas étrangère aux musiciens puisqu'ils en connaissent les trois espèces héritées de la Grèce antique que Vicentino[157] puis Zarlino[158] ont réintroduites, à savoir le genre diatonique, le chromatique, et l'enharmonique[159]. Précisons toutefois que le genre est un système acoustique qui définit des rapports de fréquences entre des sons donnés[160].

Comme nous l'annoncions précédemment, la formation des genres est une application de l'exposant dans la musique. Euler considère qu'à un exposant donné correspond un ensemble de diviseurs qui lui-même représente un ensemble de sons. Mais pour définir un genre, il faut préciser les relations qui existent au sein d'un ensemble élémentaire, comme par exemple le tétracorde pour les trois genres antiques. Euler choisit l'octave[161], et définit l'exposant d'un genre de la manière suivante[162] :

---

[157] **[32]** Libro terzo, Cap.LV pp.62-63.
[158] **[33]** Parte seconda, Cap.46-47 pp.159-163.
[159] Carlo Gesualdo est sûrement le plus célèbre des compositeurs à s'être illustrer dans le genre chromatique, nous pouvons également citer Claude Le Jeune et Scipione Lacorcia, ainsi qu'Antoine De Bertrand pour l'enharmonique. Même si les genres sont tombés en désuétude à l'époque d'Euler, ils sont connus des théoriciens. Nous noterons par ailleurs que le *passus duriusculus* tant prisé par la musique baroque tire son origine de la combinaison du deuxième et du troisième tétracorde chromatique, et que le chromatisme reste une espèce de musique bien spécifique, parfois même mentionnée dans le titre d'une œuvre (*Ricercar chromatique* chez Frescobaldi, *Fantaisie chromatique* chez Bach). Si le lecteur n'a pas dans l'oreille les sonorités de ces trois genres, nous recommandons la vidéo suivante :
https://www.youtube.com/watch?v=0akGtDPVRxk.
[160] Il ne faut donc pas faire d'amalgame avec la gamme - ce qui la mettrait à mal - comme c'est malheureusement souvent le cas dans les écrits sur le *Tentamen*. La gamme est aux genres ce que la montée des marches est aux escaliers : nous monterons toujours de la même manière un escalier, indépendamment de sa forme et de la distance entre ses marches.
[161] *Tentamen*, VIII §6, in **[14]** vol.1 p.172.
[162] *Tentamen*, VIII §9, in **[14]** vol.1 p.173.

> §. 9. Pro exponentibus ergo operum muſicorum in poſterum huiusmodi formam $2^m A$ aſſumemus, atque inueſtigabimus quot et cuiusmodi ſonos quaelibet octaua continere debeat. Pro A autem tantum numeros impares ſumi conueniet, cum ſi pares ſumerentur, foret ſuperfluum, ob binarios iam in 2^m contentos. Dabit ergo quiuis exponens $2^m A$ peculiarem octauae diuiſionem, tam ratione numeri ſonorum, quam ratione interuallorum, quae ſoniinter ſe tenent. Huiusmodi autem octauae diuiſio a muſicis genus muſicum appellari ſolet; taliumque generum tria a longo tempore ſunt cognita, quae ſunt genus Diatonicum, Chromaticum, et Enharmonicum.

> Nous adopterons désormais la forme $2^m A$ pour les exposants des œuvres musicales, en faisant observer qu'il serait superflu de prendre pour A d'autres nombres que des nombres impairs puisque tous les nombres pairs sont compris dans 2^m, et nous rechercherons quels sont les sons que chaque octave doit contenir. Chaque exposant $2^m A$ donnera donc une division particulière de l'octave, tant par rapport au nombre de sons, que par rapport aux intervalles qui les séparent. Une telle division de l'octave est appelée genre de musique ; depuis longtemps on connaît trois de ces genres, à savoir : le Diatonique, le Chromatique et l'Enharmonique.

Précisons encore un peu les choses pour que la méthode puisse apparaître en toute clarté. Il s'agit bien de définir différentes manières de diviser l'octave, c'est pourquoi le chiffre 2 n'est utilisé que comme variable d'ajustement pour ramener tous les sons générés par les diviseurs de A à l'intérieur d'une même octave, définie par Euler comme l'espace entre un son donné E et son octave supérieure $2E$[163].

Nous pouvons donc dire qu'un genre de musique est défini par son exposant, de la forme : $2^m A$ - avec m entier quelconque et A entier naturel impair - tel que les diviseurs

[163] *Tentamen*, VIII §10, in **[14]** vol.1 p.173.

de A ramenés dans l'intervalle : $[E; 2E]$ - E étant un entier naturel donné - définissent son octave élémentaire[164].

Euler agrémente également le début de son chapitre sur les genres de considérations sur les instruments, envisageant d'appliquer son outil à la détermination des sons qu'ils contiennent[165] :

> Les sons contenus dans l'exposant proposé se déduisent de ses diviseurs ; donc les instruments doivent être tels qu'ils rendent tous les sons perceptibles représentés par les diviseurs de cet exposant. Inversement, étant donné un instrument de musique, on pourra dire de quelle nature sont les morceaux à l'exécution desquels il peut être employé.

Il est très probablement question des seuls instruments à clavier, contraints par leurs sons fixes. L'idée est d'accorder - aux deux sens du terme - les instruments et les compositions en fonction du genre qui les caractérise. C'est d'ailleurs de ces réflexions instrumentales qu'Euler tire le principe d'octave élémentaire[166].

Enfin, Euler remarque que l'étude des genres en usage devra limiter l'expression de A par les facteurs premiers 3 et 5, mais ne s'interdit pas de pousser plus avant ses recherches[167] :

> **§. 15.** In Muſica ad hunc vsque diem aliae conſonantiae non ſunt receptae, niſi quarum exponentes conſtent numeris primis ſolis 2, 3 et 5, adeo vt muſici vltra quinarium in formandis conſonantiis non proceſſerint. Hanc ob rem hic etiam in initio loco A praeter 3 et 5 eorumque poteſtates alios numeros non aſſumam; his vero, quae hinc oriri poſſunt, generibus muſicis expoſitis, tentabimus quoque 7 introducere; vnde forte aliquando noua muſicae genera formari, nouaque adhuc atque inaudita opera muſica confici poterunt.

---

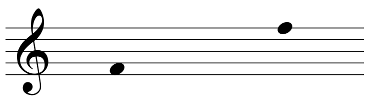
164 Nous déduisons cette définition du *Tentamen*, VIII §7-11, in **[14]** vol.1 pp.172-173.
165 *Tentamen*, VIII §3, in **[14]** vol.1 p.171.
166 *Tentamen*, VIII §5, in **[14]** vol.1 p.172.
167 *Tentamen*, VIII §15, in **[14]** vol.1 pp.174-175.

> Jusqu'à nos jours, on n'a admis dans la musique que des accords dont les exposants sont composés des seuls nombres 2, 3 et 5 ; c'est qu'en effet dans la formation des accords, les musiciens ne sont pas allés au-delà du nombre 5. Pour cette raison, je commencerai par ne prendre ici pour A que les chiffres 3, 5 et leurs puissances ; mais, après avoir exposé les genres de musique qui peuvent être formés à l'aide de ces chiffres, nous essaierons d'employer le chiffre 7, et peut-être trouverons-nous de nouveaux genres qui pourront un jour donner naissance à des œuvres d'une nature nouvelle et inconnue jusqu'ici.

Nous détaillons à présent les différents genres qu'Euler fabrique avec sa définition en proposant pour chacun une illustration sur portée.

Genre I

Son exposant est : 2^m. Son octave élémentaire est donc représentée par 1 : 2. La voici sur portée[168] :



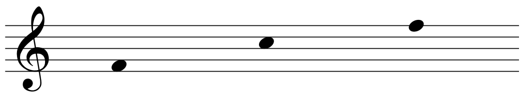
Comme le remarque Euler, « ce genre de musique, à cause de sa trop grande simplicité, n'est point susceptible de donner naissance à la moindre harmonie »[169].

Genre II

Son exposant est : $2^m \times 3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 2 : 3 : 4.

[168] Nous prenons fa comme son fondamental dans un souci de cohérence avec les choix eulériens dans la suite du *Tentamen*. En effet les puissances de 2 correspondent systématiquement à différentes octaves du fa et de nombreux tableaux sont basés sur cette même note.
[169] *Tentamen*, VIII §13, in **[14]** vol.1 p.174.

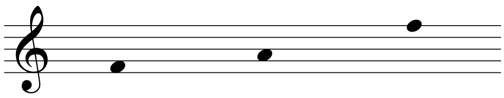
La voici sur portée :



Là encore, « ce genre est trop simple, il n'a jamais été en usage »[170].

Genre III

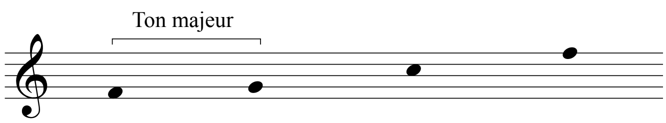
Son exposant est : $2^m \times 5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 4 : 5 : 8. La voici sur portée :



Euler constate que ce genre est trop simple mais aussi instable harmoniquement puisqu'il ne possède pas la quinte et ne peut donc former « des accords simples »[171].

Genre IV : genre de Mercure

Son exposant est : $2^m \times 3^2$. Son octave élémentaire est donc représentée par 8 : 9 : 12 : 16. La voici sur portée :



Ce genre est nommé « genre de Mercure »[172] par notre géomètre, parce que, dit- il[173] :

---

[170] *Tentamen*, VIII §14, in **[14]** vol.1 p.174.
[171] *Tentamen*, VIII §16, in **[14]** vol.1 p.175.
[172] *Tentamen*, Préface, in **[14]** vol.1 p.82.
[173] *Tentamen*, VIII §17, in **[14]** vol.1 p.175.

> Ce genre est le premier [à] avoir été mis en usage. Mercure, qui le premier inventa la musique en Grèce, en était l'auteur ; il produisit les quatre sons de l'octave au moyen de quatre cordes, et forma ainsi l'instrument appelé *tétrachordon*[174]. C'est du nom de cet instrument, et pour témoigner leur vénération à son inventeur, que les musiciens qui suivirent Mercure ont divisé en tétracordes leurs genres plus composés.

Nous n'avons pu établir l'origine précise de cette dénomination[175], nous formulons néanmoins l'hypothèse qu'elle soit issue de l'Harmonie des sphères. En effet, il n'est pas inhabituel de trouver des références à cette théorie - comme archaïsme - dans les écrits musicaux de cette époque. Fux par exemple, cite un extrait du *Songe de Scipion* de Cicéron à ce sujet dans la première partie de son *Gradus*[176]. Intéressons-nous alors au passage suivant du *Timée*[177] :

> Du tout il sépara d'abord une partie ; après celle-là, il en retira une autre, double, puis une troisième, une fois et demie plus grande que la seconde, et triple de la première, puis une quatrième, double de la seconde, puis une cinquième, triple de la troisième, puis une sixième, octuple de la première, et enfin une septième, vingt-sept fois plus grande que la première.

Nous pouvons en déduire la suite de nombres 1 : 2 : 3 : 4 : 9 : 8 : 27. Considérons maintenant un autre extrait du *Timée*[178] :

> Dieu fit naître le soleil, la lune et les cinq autres astres qu'on appelle planètes, pour distinguer et conserver les nombres du temps. Après avoir formé le corps de chacun d'eux, le dieu les plaça tous les sept dans les sept orbites où tourne la substance de l'Autre, la lune dans la première, la plus proche de la terre, le

---

[174] Probablement une sorte de lyre accordée selon un système tritonique correspondant au genre en question.
[175] Il est possible qu'elle se trouve chez Boèce, *De institutione musica (L'institution musicale)*, Venise, 510.
[176] CICÉRON, *Le Songe de Scipion*, *La République*, Livre VI, XVIII, 18, cf. **[15]** p.57.
[177] PLATON, *Sophiste, Politique, Philèbe, Timée, Critias*, traduction et notes E. Chambry, Paris, Garnier-Flammarion, 1969, p.415.
[178] Ibid. p.417.

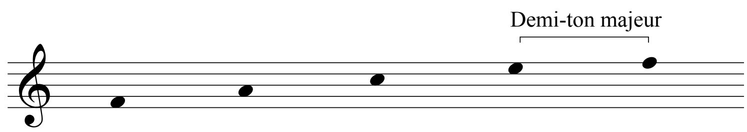
> soleil dans la seconde, au-dessus de la terre, puis l'astre du matin[179] et celui qui est consacré à Hermès[180], qui tournent avec une vitesse égale à celle du soleil.

Nous retiendrons de ces lignes, dont l'interprétation est difficile[181], que la lune vient en premier, le soleil en deuxième, et que les trois cercles du soleil, de Vénus et de Mercure ont des vitesses égales[182]. En rapprochant le contenu de ces deux passages, nous pouvons faire correspondre le soleil, Vénus et Mercure aux puissances de 2 (2^0 exclu) et la lune, avec les trois planètes restantes, aux puissances de 3. Nous observons que Mercure - auquel est associé : $2^2 = 8$ - devient alors représenté par 1 : 2 : 3 : 4 : 9 : 8, ce qui, ramené dans une octave donne 8 : 9 : 12 : 16[183], c'est-à-dire les rapports numériques de l'octave élémentaire de notre quatrième genre.

Dans le *Tentamen*, Euler conclut en déclarant que ce genre « se rang[e] parfaitement sous les lois de l'harmonie »[184]. Nous constatons qu'il introduit deux quartes superposées - et donc potentiellement deux quintes si l'on sort de l'octave - qui correspondent dans notre illustration à sol, do et fa. Si ce genre s'avérait bel et bien originel, peut-être y trouverions-nous un élément de réponse quant au choix de ces mêmes hauteurs pour poser l'hexacorde, ainsi que nos trois clefs.

Genre V

Son exposant est : $2^m \times 3 \times 5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 8 : 10 : 12 : 15 : 16. La voici sur portée :



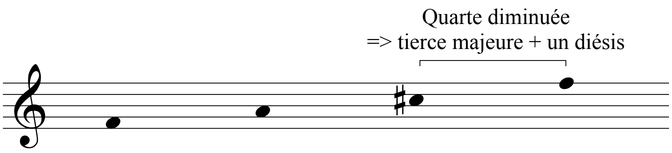
[179] C'est-à-dire Vénus.
[180] Équivalent grec de Mercure.
[181] Remarque formulée par Émile Chambry, qui renvoie à CORNFORD Francis Macdonald, *Plato's Cosmology : the Timaeus of Plato*, Londres, Kegan Paul, 1937, pp.74-88.
[182] Il s'agit très probablement des vitesses angulaires.
[183] Voir le genre suivant pour le détail de la méthode employée. Nous ramenons les sons 1 ; 3 et 9 dans l'octave 8 : 16, 2 ; 4 et 8 n'étant que des octaviations du son 1.
[184] *Tentamen*, VIII §18, in **[14]** vol.1 p.175.

Euler ne pense pas « que ce genre ait jamais été en usage, bien qu'il soit capable d'une plus grande variété que le genre précédent attribué à Mercure »[185].

Profitons de cet exemple pour détailler la méthode eulérienne. D'après la définition, les diviseurs de A - ici 15 - correspondent aux sons du genre. En l'occurrence, les diviseurs de 15 sont : 1 ; 3 ; 5 et 15. Ce genre comprendra donc quatre sons dans une octave. Pour définir l'octave élémentaire, il faut que l'octaviation du son 1 dépasse le son donné par le diviseur le plus élevé, c'est-à-dire A. Comme octavier revient à multiplier par 2, nous cherchons la puissance de 2 la plus proche de 15, il s'agit de 16. Ainsi, l'intervalle de notre octave élémentaire sera : $[8; 16]$. À présent, il ne nous reste plus qu'à ramener les sons 3 et 5 à l'intérieur de cette octave en les multipliant respectivement par 4 et par 2. Nous obtenons bien 8 : 10 : 12 : 15 : 16.

Genre VI

Son exposant est : $2^m \times 5^2$. Son octave élémentaire est donc représentée par 16 : 20 : 25 : 32. La voici sur portée :



Comme le remarque Euler, ce genre n'a « jamais été employé », « il s'y trouve des accords qui n'ont pas beaucoup d'agrément », et « il y manque la quinte et la quarte »[186].

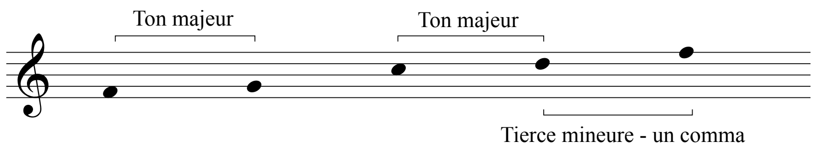
Genre VII

Son exposant est : $2^m \times 3^3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 16 : 18 : 24 : 27 : 32.

---

[185] *Tentamen*, VIII §19, in **[14]** vol.1 p.176.
[186] *Tentamen*, VIII §20, in **[14]** vol.1 p.176.

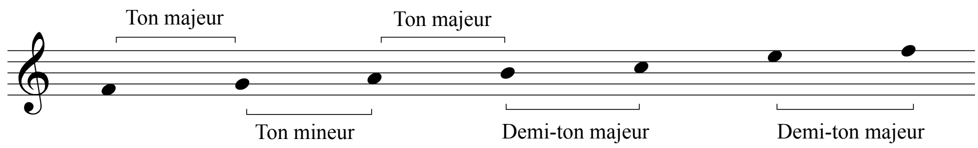
La voici sur portée :



Ce genre ne semble pas avoir « été en usage »[187].

Genre VIII

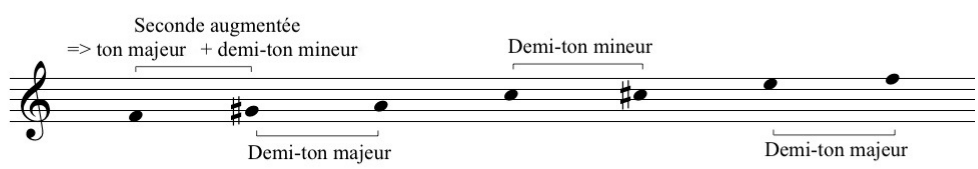
Son exposant est : $2^m \times 3^2 \times 5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 32 : 36 : 40 : 45 : 48 : 60 : 64. La voici sur portée :



« Ce genre jouit d'un très haut degré d'agrément, et mériterait d'être admis dans la pratique si déjà il ne se trouvait compris dans les genres qui sont employés »[188].

Genre IX

Son exposant est : $2^m \times 3 \times 5^2$. Son octave élémentaire est donc représentée par 64 : 75 : 80 : 96 : 100 : 120 : 128. La voici sur portée :



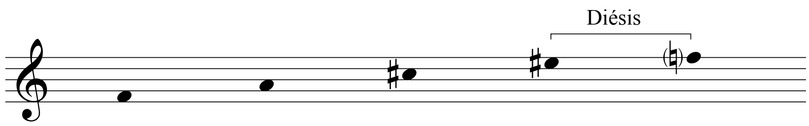
Aucun commentaire n'est fait à propos de ce genre dans le *Tentamen*[189].

---

[187] *Tentamen*, VIII §21, in **[14]** vol.1 p.176.
[188] Ibid. pp.176-177.
[189] Ibid.

Genre X

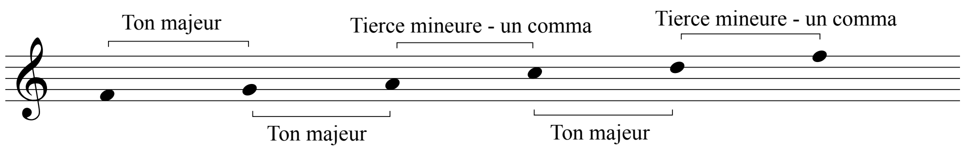
Son exposant est : $2^m \times 5^3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 64 : 80 : 100 : 125 : 128. La voici sur portée :



La présence du diésis l'exclut de la pratique de l'époque[190].

Genre XI

Son exposant est : $2^m \times 3^4$. Son octave élémentaire est donc représentée par 64 : 72 : 81 : 96 : 108 : 128. La voici sur portée :



Euler remarque qu' « il se trouve des intervalles qu'on ne rencontre pas »[191] dans la pratique musicale de son temps, à savoir les commas.

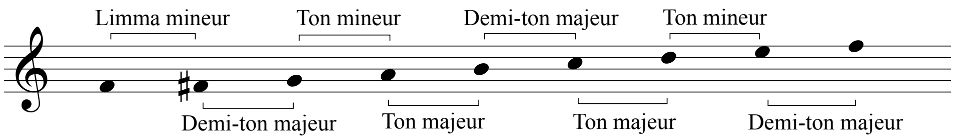
Genre XII : diatonique corrigé

Son exposant est : $2^m \times 3^3 \times 5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 128 : 135 : 144 : 160 : 180 : 192 : 216 : 240 : 256.

---

[190] Ibid., le commentaire est le nôtre.
[191] *Tentamen*, VIII §22, in **[14]** vol.1 p.177.

La voici sur portée :



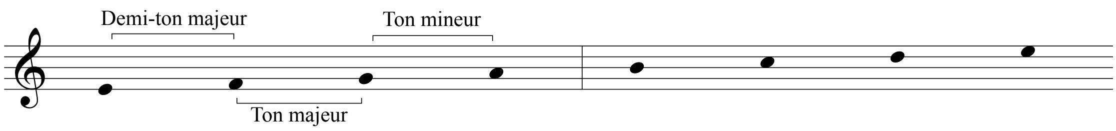
Comme nous pouvons le voir, il s'agit à une note près[192] du genre diatonique, ce qu'Euler ne manque pas de constater[193] :

> En rejetant le son 135 du nôtre, il s'accorde parfaitement avec le genre diatonique syntonique de Ptolémée, où l'octave est divisée en deux tétracordes dont chacun embrasse une quarte et se subdivise en trois intervalles tels que le plus grave est un demi-ton majeur, le suivant un ton majeur et le troisième un ton mineur.

Il poursuit en remarquant que cette division de l'octave est comprise dans son douzième genre à condition d'omettre le son 135 et de partir un degré plus bas[194] :

$$120:128:144:160 \mid 180:192:216:240$$

Ce qui donne sur portée :



C'est cette parenté avec le genre diatonique syntonique de Ptolémée qui le conduit à appeler son douzième genre « diatonique corrigé »[195]. La correction étant l'ajout d'un son supplémentaire, en accord « avec les principes de l'harmonie »[196].

---

[192] Le fa # dans notre exemple.
[193] *Tentamen*, VIII §23, in **[14]** vol.1 p.177.
[194] *Tentamen*, VIII §24, in **[14]** vol.1 p.178.
[195] *Tentamen*, VIII §25, in **[14]** vol.1 p.178.
[196] Ibid.

Nous ne résistons pas à l'envie de reproduire le paragraphe 28 du chapitre VIII, dont la première phrase reflète le caractère fougueux du jeune Euler. Par ailleurs, il permet d'exposer la notation littérale adoptée dans le *Tentamen*[197] :

> §. 28. Genus autem diatonicum ſyntonum Ptolemaei, quod feliciter ex peruerſo hoc muſicam tractandi modo emanauit, etiamnum merito eſt in vſu, et in cymbalis, clauichordis, aliisque inſtrumentis manualibus inſtructis conſpicitur, in quibus duplicis generis claues habentur, quarum longiores et inferiores ſonos generis diatonici ſyntoni edunt. Quaemadmodum igitur hae claues litteris ſignari ſolent ita etiam commode ipſi ſoni iisdem literis denotantur. Hinc ergo erit ſonus numero 192 indicatus C, ſequentes 216, D; 240, E; 256, F; 288, G; 320, A; 360, H; et 384, *c*.

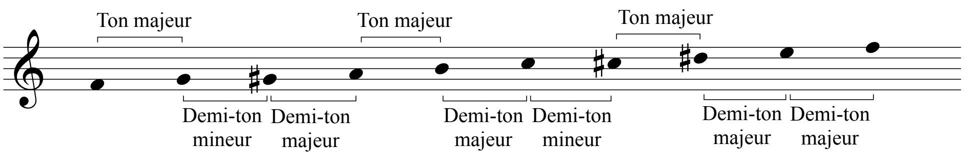
> Quant au genre diatonique syntonique de Ptolémée, qui doit son heureuse naissance à cette mauvaise méthode de traiter la musique, il mérite d'être encore en usage aujourd'hui. Aussi le considère-t-on dans la construction des clavecins, des clavicordes et des autres instruments à clavier, où l'on se sert de deux sortes de touches, dont les plus longues et à la fois les plus basses donnent les sons du genre diatonique syntonique. Ces touches étant ordinairement désignées par des lettres, on peut représenter avantageusement par les mêmes lettres les sons qu'elles produisent. Ainsi le son exprimé par le nombre 192 sera marqué par C, le suivant 216 par D, 240 par E, 256 par F, 288 par G, 320 par A, 360 par H et 384 par *c*.

Euler précise par la suite que pour s'élever davantage, il surmonte les minuscules d'un trait, puis deux et ainsi de suite, ce qui fait donc correspondre le do_1 à C, le do_2 à *c*, le do_3 à $\bar{c}$, le do_4 à $\bar{\bar{c}}$, etc[198].

[197] *Tentamen*, VIII §28, in **[14]** vol.1 p.179.
[198] *Tentamen*, VIII §29, in **[14]** vol.1 pp.179-180. Cette notation correspond à celle encore en usage aujourd'hui en Allemagne.

Genre XIII : chromatique corrigé

Son exposant est : $2^m \times 3^2 \times 5^2$. Son octave élémentaire est donc représentée par 128 : 144 : 150 : 160 : 180 : 192 : 200 : 225 : 240 : 256. La voici sur portée :

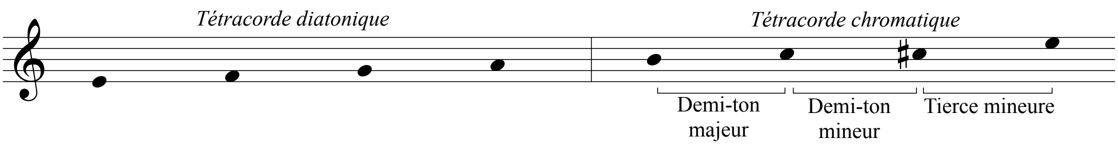


Pour les mêmes raisons que le genre précédent a été baptisé diatonique corrigé, celui-ci reçoit le nom de « chromatique corrigé »[199]. En effet, l'omission des sons 128 et 225[200] permet de retrouver les trois tétracordes chromatiques, le premier à partir du son 150, le deuxième à partir du son 120 et le troisième sur le son 180[201]. Remarquons que dans cette hypothèse, le deuxième et le troisième se suivent à partir du son 120.

Euler propose de mettre « en usage » son treizième genre en lui retranchant les sons 150 et 225, sous la forme suivante[202] :

120 : 128 ; 144 : 160 | 180 : 192 ; 200 : 240.

Ce qui donne sur portée :

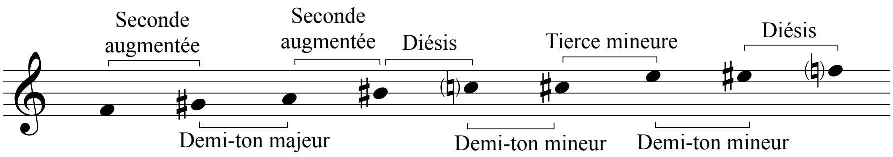


---

[199] *Tentamen*, VIII §30, in **[14]** vol.1 p.180.
[200] Dans notre exemple : fa et ré #.
[201] C'est-à-dire dans notre exemple : sol #, mi première ligne (non représenté) et si.
[202] *Tentamen*, VIII §31, in **[14]** vol.1 pp.180-181.

Genre XIV : enharmonique corrigé

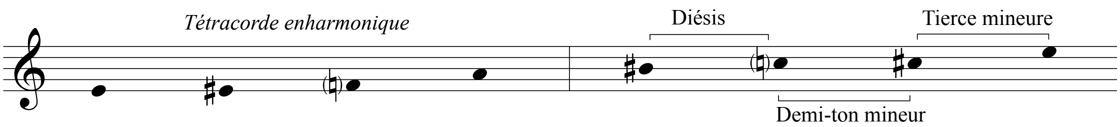
Son exposant est : $2^m \times 3 \times 5^3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 256 : 300 : 320 : 375 : 384 : 400 : 480 : 500 : 512. La voici sur portée :



Là encore, Euler nomme ce genre « enharmonique corrigé »[203] du fait de sa parenté avec celui « des anciens »[204], contraire à l'harmonie. Il remarque même qu'ils « auraient pu employer avec quelque avantage la division suivante, où le son 300 est supprimé »[205] :

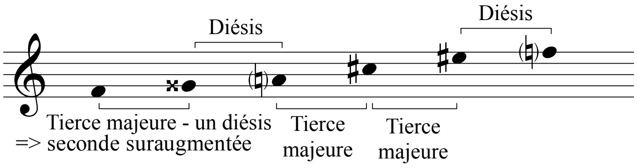
240 : 250 : 256 : 320 | 375 : 384 : 400 : 480.

Ce qui donne sur portée :



Genre XV

Son exposant est : $2^m \times 5^4$. Son octave élémentaire est donc représentée par 512 : 625 : 640 : 800 : 1000 : 1024. La voici sur portée :



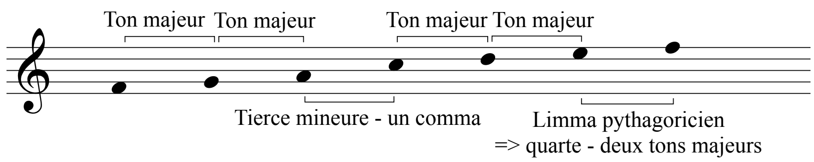
---

[203] *Tentamen*, VIII §32, in **[14]** vol.1 p.181.
[204] Ibid.
[205] Ibid.

Ce genre « ne peut pas être mis en usage » du fait de sa « trop grande dureté »[206].

Genre XVI

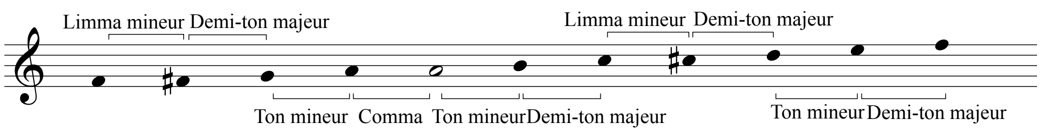
Son exposant est : $2^m \times 3^5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 128 : 144 : 162 : 192 : 216 : 243 : 256. La voici sur portée :



Euler n'évoque que « l'absence des accords qui proviennent du nombre 5 »[207] dans les raisons qui le poussent à écarter ce genre de la pratique, remarquons toutefois que les deux ditons[208] sont contraires à son emploi d'intervalles purs.

Genre XVII

Son exposant est : $2^m \times 3^4 \times 5$. Son octave élémentaire est donc représentée par 256 : 270 : 288 : 320 : 324 : 360 : 384 : 405 : 432 : 480 : 512. La voici sur portée, la note blanche correspond à une hauteur qui sort du système d'altération usuel[209] :



Le commentaire de notre géomètre se contente d'évoquer la présence d'intervalles « à peine perceptibles »[210]. Nous pouvons pourtant le voir comme le diatonique corrigé enrichi des sons 324 et 405[211], comportant deux tétracordes semblables à distance de quinte.

---

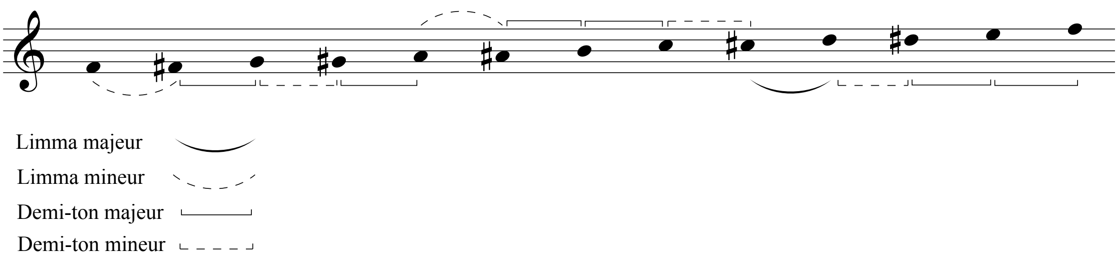
[206] *Tentamen*, VIII §33, in **[14]** vol.1 p.181.
[207] Ibid. p.182.
[208] Intervalle composé de deux tons majeurs, plus grand que la tierce majeure pure (cf. note 25 p.18).
[209] Il s'agit bien d'un la bécarre haussé d'un comma syntonique.
[210] *Tentamen*, VIII §33, in **[14]** vol.1 p.182.
[211] Ce fameux la presque bécarre et do # dans notre exemple.

Genre XVIII : diatonico-chromatique

Ce genre fait l'objet d'un chapitre entier dans le *Tentamen*, Euler le regardant comme celui « adopté par les musiciens modernes »[212]. Son exposant est : $2^m \times 3^3 \times 5^2$, qui se trouve être le PPCM de ceux des genres diatonique et chromatique, d'où cette appellation, afin de mettre en évidence qu' « il les exprime à la fois tous les deux »[213]. Nous trouvons une présentation détaillée de son octave élémentaire[214] :

512		720	
	Limma minus.		Hemiton. maius.
540		768	
	Hemiton. maius.		Hemiton. minus.
576		800	
	Hemiton. minus.		Limma maius.
600		864	
	Hemiton. maius.		Hemiton. minus.
640		900	
	Limma minus.		Hemiton. maius.
675		960	
	Hemiton. maius.		Hemiton. maius.
720		1024	

Ce qui se représente ainsi sur portée :



Il est difficile de rattacher cette échelle à un système connu. Franck Jedrzejewski remarque toutefois qu'elle peut se substituer à la gamme des physiciens issu du système zarlinien[215] ; Jean Lattard observe justement qu'elle ne diffère de ce système que par les sons 540 et 675[216].

[212] *Tentamen*, IX §1, in **[14]** vol.1 p.187.
[213] Ibid.
[214] *Tentamen*, IX §3, in **[14]** vol.1 p.188.
[215] JEDRZEJEWSKI Franck, *Réception et héritage des théories musicales d'Euler*, in **[19]** p.152.
[216] **[24]** pp.30-31. C'est-à-dire le fa # et le la #.

Euler, quant à lui, la rapproche d'une division de l'octave proposée par Mattheson[217], qu'il reproduit dans son essai[218] :

F		H	
	Limma minus.		Hemitonium maius.
Fs		c	
	Hemiton. maius.		Hemitonium minus.
G		cs	
	Hemiton. minus.		Limma maius.
Gs		d	
	Hemiton. maius		Hemitonium minus.
A		ds	
	Limma maius.		Hemitonium maius.
B		e	
	Hemitonium minus.		Hemitonium maius.
H		f	

Il remarque qu'elle ne diffère de la sienne que d'un son, le B, qui est chez Mattheson un si bémol, alors qu'il s'agit d'un la dièse chez Euler. Cette proximité fait dire à Euler que le « véritable genre harmonique »[219] issu de sa théorie est en accord avec celui de la pratique, et le pousse à écrire[220] :

> La vérité de nos principes, déjà suffisamment démontrée ailleurs,
> en reçoit un nouvel éclat.

Il propose alors un tableau du « genre diatonico-chromatique d'aujourd'hui corrigé » à l'usage des musiciens, qu'il construit entre C et *c*. Nous le reproduisons[221] :

GENVS XVIII. Exponens $2^m.3^3.5^2$.

Signa Son.	Soni.		Interualla.	Nomina Interuallorum.
C	$2^7.3$	384		
			24 : 25	Hemitonium minus.
Cs	$2^4.5^2$	400		
			25 : 27	Limma maius.
D	$2^4.3^3$	432		
			24 : 25	Hemiton. minus.
Ds	$2.3^2.5^2$	450		
			15 : 16	Hemitonium maius.
E	$2^5.3.5$	480		
			15 : 16	Hemitonium maius.
F	2^9	512		
			128 : 135	Limma minus.
Fs	$2^2.3^3.5$	540		
			15 : 16	Hemitonium maius.
G	$2^6.3^2$	576		
			24 : 25	Hemitonium minus.
Gs	$2^3.3.5^2$	600		
			15 : 16	Hemitonium maius.
A	$2^7.5$	640		
			128 : 135	Limma minus.
B	$3^3.5^2$	675		
			15 : 16	Hemitonium maius.
H	$2^4.3^2.5$	720		
			15 : 16	Hemitonium maius.
c	$2^8.3$	768		

Genus Diatonico-Chromaticum hodiernum correctum.

[217] **[26]**, p.133.
[218] *Tentamen*, IX §4, in **[14]** vol.1 p.188.
[219] *Tentamen*, IX §5, in **[14]** vol.1 p.189.
[220] Ibid.
[221] *Tentamen*, IX §7, in **[14]** vol.1 p.190.

Il termine son chapitre en louant les aptitudes à la transposition de ce genre[222] :

> Par rapport aux autres genres, il possède la précieuse qualité que tous les intervalles compris entre deux sons voisins y sont sensiblement égaux, et que pour cette raison toute mélodie peut y être chantée facilement plus haut ou plus bas d'un demi-ton, d'un ton ou de tel intervalle que l'on voudra ; ce qui ne peut avoir lieu dans tout autre genre où l'inégalité des intervalles est plus grande.

Seulement, est-ce bien vrai ? Euler semble en effet mettre de côté les recherches sur le tempérament, qui animent pourtant toujours autant le monde musical de son époque. Ceci est d'autant plus curieux que son système a vocation à être appliqué aux claviers, comme nous l'avons vu au début de ce chapitre et comme il le prescrit lui même dans ce que nous exposerons plus loin.

Nous savons néanmoins que notre géomètre n'ignore pas la question du tempérament, en témoigne ce passage[223] :

> Jusqu'ici les musiciens ne se sont pas encore accordés sur la division de l'octave, et ils la font de plusieurs manières.

Ou encore celui-ci, que nous reproduisons pour l'occasion[224] :

> plures muſici putauerint veram muſicam potius in aequalitate interuallorum conſiſtere, quam in eorum ſimplicitate. Hi igitur vt ſibi magis quam harmoniae ſatisfacerent, non dubitauerunt interuallum diapaſon in duodecim partes aequales diſſecare, atque ſecundum hanc diuiſionem ſonos 12 conſuetos conſtituere. In hoc autem inſtituto eo magis confirmabantur, quod hoc pacto omnia interualla fiant aequalia, atque hancobrem quoduis opus muſicum ſine vlla alteratione in omnibus ita dictis modis liceat modulari, et ex genuino modo in quemque alium transponere. In qua quidem ſententia minime falluntur; ſed hoc pacto ex omni modo harmoniam tolli non animaduerterunt.

---

[222] *Tentamen*, IX §19, in **[14]** vol.1 p.203.
[223] *Tentamen*, IX §4, in **[14]** vol.1 p.188.
[224] *Tentamen*, IX §16, in **[14]** vol.1 p.201.

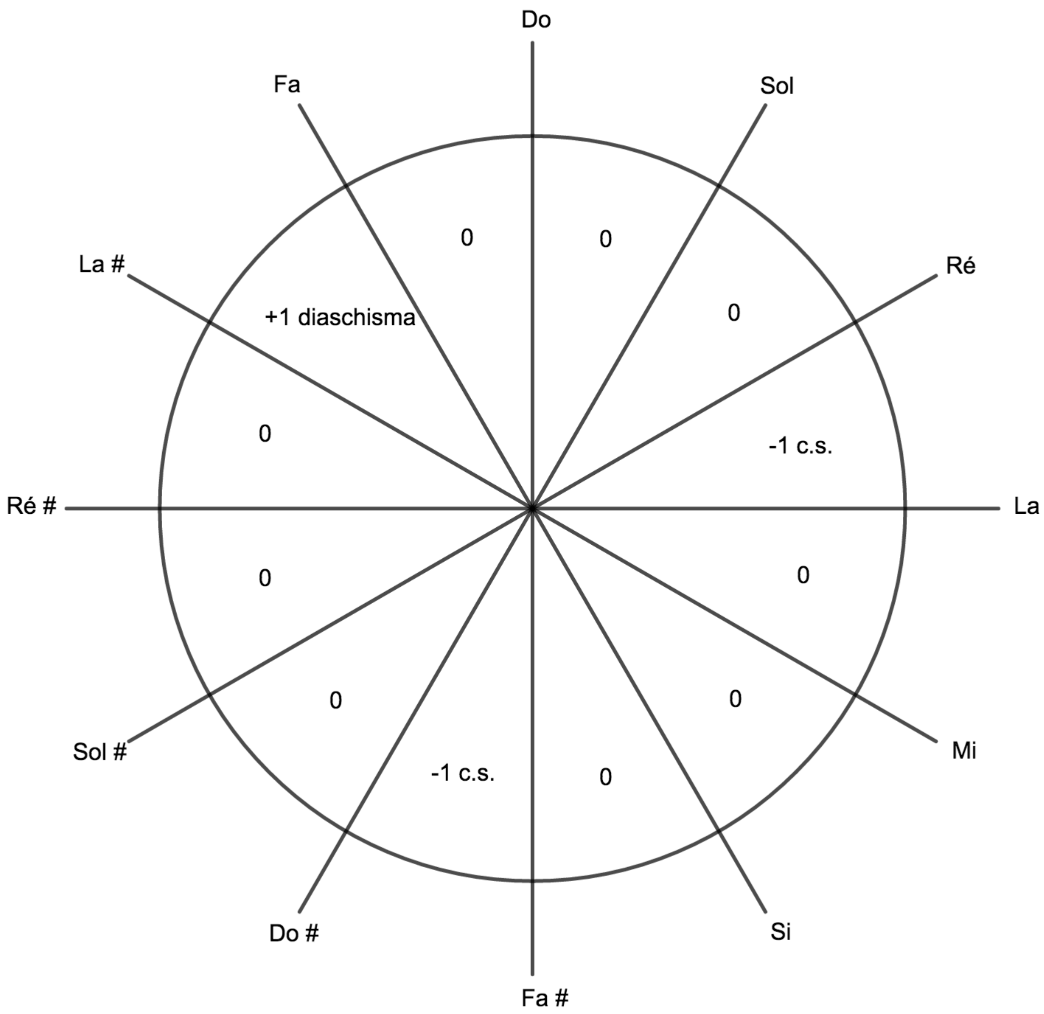
> Beaucoup de musiciens ont cru que la véritable harmonie consistait dans l'égalité des intervalles plutôt que dans leur simplicité ; et, voulant avant tout faire triompher leur opinion, ils n'ont pas balancé à diviser l'octave en douze parties égales, pour créer ainsi les douze sons habituels. Ils furent d'autant plus affermis dans cette pratique que cette division rendant tous les intervalles égaux, un morceau de musique quelconque peut être exécuté sans aucun changement dans tous les modes, et être transposé du mode primitif dans un autre quelconque : à cet égard, ils ne se sont pas trompés ; mais ils n'ont pas remarqué que l'égalité des intervalles ne laissait pas un seul mode où il ne fût porté atteinte à l'harmonie.

Euler rejette le tempérament égal comme Sauveur en 1707[225], et comme presque tous les musiciens de son temps, preuve en étant les propositions multiples de tempéraments non égaux au XVIIIe siècle[226].

---

[225] *Histoire de l'académie royale des sciences*, 1707, p.119, in **[30]** p.197.
[226] Nous pouvons citer - entre autres - Werckmeister, Rameau, d'Alembert, Corrette, Kirnberger et Vallotti. La question de l'adoption du tempérament égal par Bach fait encore débat aujourd'hui, notamment autour de l'écriture de son *Clavier bien tempéré*. Nous renvoyons au travail d'Émile Jobin sur cette question (consultable en ligne : https://www.clavecin-en-france.org/spip.php?article52), mais aussi à celui de Willem Kroesbergen (http://www.huygens-fokker.org/docs/Kroesbergen_Bach_Temperament.pdf).

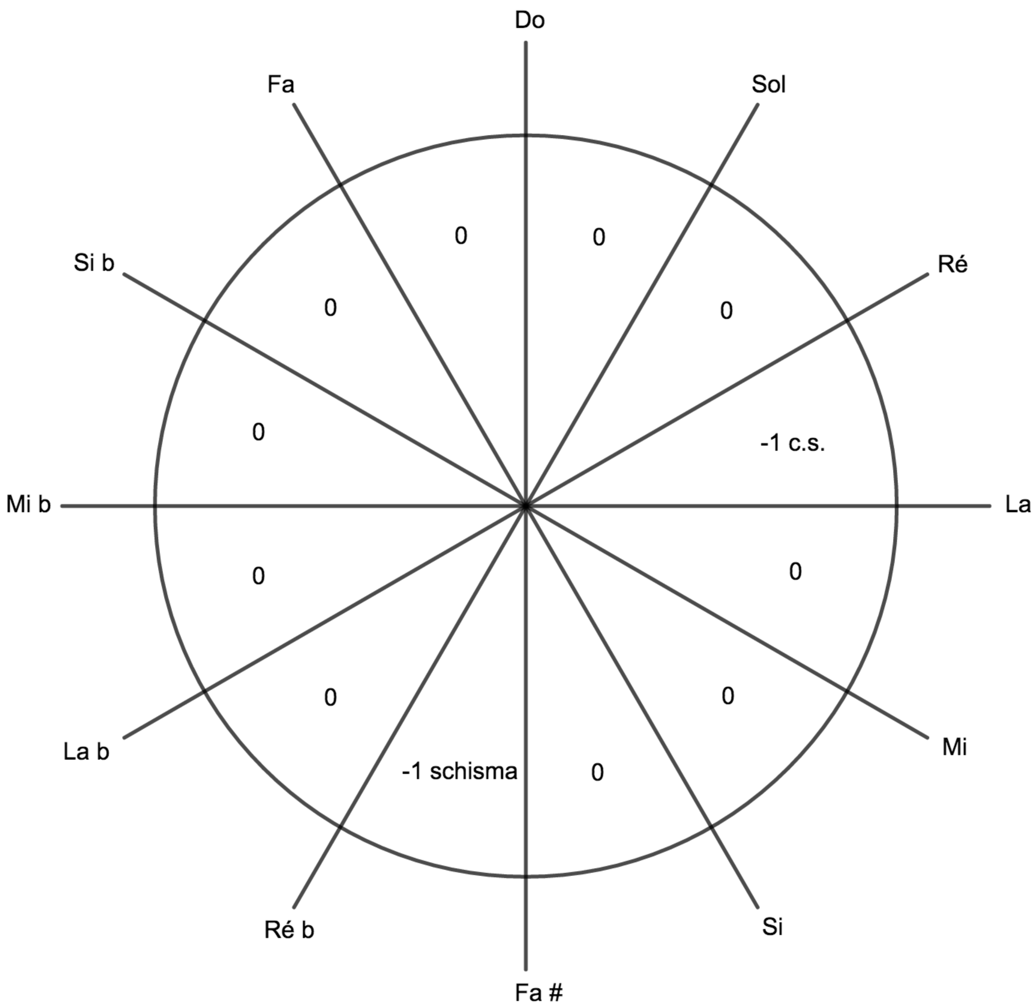
Nous avons représenté le tempérament induit par le genre diatonico-chromatique corrigé d'Euler :



Nous ne pouvons en réalité pas parler de tempérament, dans la mesure où il s'agit d'une combinaison d'intervalles purs sans compromis[227]. Au reste, la courte quinte ré-la ainsi que l'absence de si bémol le rendent quasiment impraticable, plus encore sur le plan mélodique. Il est toutefois intéressant de noter la proximité avec le tempérament I

[227] Dans son *Mémoire* de 1707, Sauveur rejette une échelle diatonique issue d'intervalles pures comportant cette même quinte ré-la altérée, constatant que l'utilisation d'intervalles uniquement purs a pour effet de changer le diapason - exemples à l'appui, in **[30]** pp.201-204. De pareilles critiques avaient été formulées par les détracteurs de Zarlino, la vidéo suivante en propose une illustration ludique : https://www.youtube.com/watch?v=XhY_7LT8eTw.

de Kirnberger[228], ami d'Euler lorsque ce dernier était à Berlin entre 1741 et 1766, comme nous l'avons vu dans les prolégomènes[229]. Voici donc la proposition de Kirnberger[230] :



Nous observons que les mêmes quintes sont tempérées, mais Kirnberger utilise le schisma[231] sur fa #-do # ce qui lui permet de boucler plus loin du do. Ce tempérament n'a toutefois pas été adopté par la pratique, ce qui ne renforce pas la solution eulérienne.

---

228 Le mérite de cette observation revient à Pierre Cazes.

229 Cf. p.11. Kirnberger propose son premier tempérament en 1766 (*Clavierübungen, mit der Bachischen Applicatur, in einer Folge von den leichtesten bis zu den schwersten Stücken, (Exercices pour le clavier, avec le système Bach, dans l'ordre des pièces les plus faciles aux plus difficiles)*, Berlin, F.W. Birnstiel, vol.4), nous pouvons donc légitimement penser qu'il a échangé avec Euler à ce sujet. Le « système Bach » dont il est question dans le titre de l'œuvre citée correspond à une technique de doigtés particulière exposée par C.P.E. Bach dans son *Versuch über die wahre Art das Clavier zu Spielen (Essai sur la véritable manière de jouer au clavier)*, H. 868 (1753) & 870 (1762).

230 Schéma réalisé d'après **[23]** p.142.

231 Le schisma est la différence entre un comma pythagoricien (excédent relatif de douze quintes pures sur sept octaves) et un comma syntonique.

Abordons maintenant la méthode d'accordage prescrite par Euler au chapitre IX du *Tentamen* pour appliquer le genre diatonico-chromatique au clavier[232] :

§. 12. Qui igitur tanta auditus ſollertia pollet, is ſequenti ordine temperationem inſtrumenti muſici aggrediatur. Primo figat ſonum F, prout circumſtantiae poſtulant, ex eoque habebit omnes ſonos eadem littera ſignatos. Deinde formet eius quintam *c*, tertiamque maiorem A, habebitque omnes reliquos ſonos iisdem litteris ſignatos per requiſitum primum. Tertio ex ſono C formet eius quintam G tertiamque maiorem E, qui ſonus E ſimul erit quinta ſoni A, atque ex A quoque formet eius tertiam maiorem *cs*. Quarto ex ſono G formet quintam *d*, itemque tertiam maiorem H; ex E vero quoque tertiam maiorem G*s*, qui ſonus quoque erit quinta ipſius C*s*. Quinto ex H faciat *fs* quintam et *ds* tertiam maiorem ſeu ex G*s* poterit quoque formare *ds*. Denique quinta ipſius D*s* dabit ſonum B, hocque pacto ſumendis octauis totum inſtrumentum erit rite attemperatum.

Celui dont l'oreille est assez puissante pour préparer un instrument sans le secours d'un monocorde devra procéder de la manière suivante. D'abord, il fixera le son F en se conformant à ce que peuvent exiger les circonstances, et il en déduira tous les autres sons marqués par la même lettre, c'est-à-dire les octaves de F. Ensuite, il en formera la quinte *c* et la tierce majeure A, puis tous les autres sons désignés par les mêmes lettres. Ayant le son C, il en formera la quinte G et la tierce majeure E, qui sera aussi la quinte de A ; et avec A il formera sa tierce majeure *cs*. À l'aide du son G, il en formera la quinte *d* et la tierce majeure H, et avec E il cherchera sa tierce majeure G*s*. Le son H servira à en trouver la quinte *fs* et la tierce majeure *ds*, qui pourra également être formée avec G*s*. Enfin, la quinte de D*s* donnera le son B. Cette

[232] *Tentamen*, IX §12, in **[14]** vol.1 pp.199-200.

opération étant faite pour toutes les octaves, l'instrument se trouvera convenablement préparé.

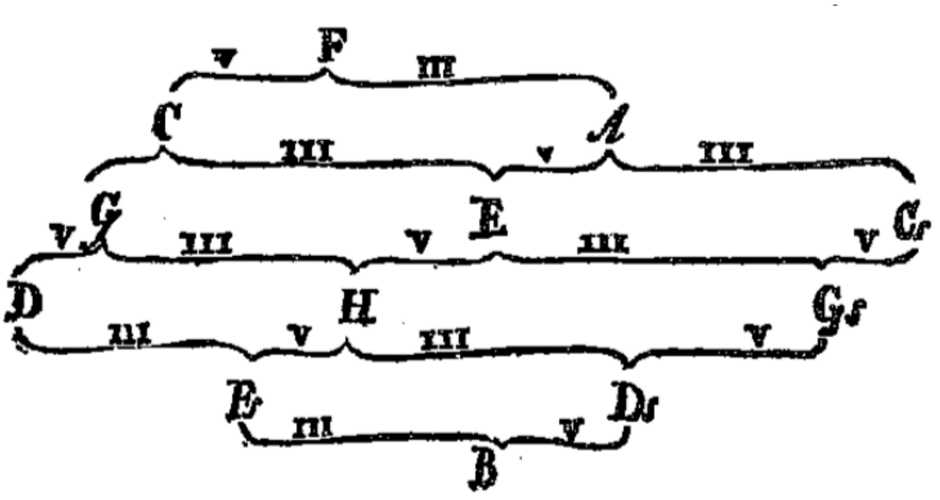
Notons immédiatement qu'il est bien question de *temperatio* dans l'original[233], ce que la traduction ne rend pas ; ainsi Euler aurait bien l'ambition de formuler avec son « véritable genre harmonique »[234] une proposition de tempérament. En ce qui concerne la méthode d'accordage, nous remarquons le choix de partir des sons graves de l'instrument, choix surprenant - dans la mesure où la partition s'établit plus facilement dans le médium - mais non condamnable[235]. Nous remarquons aussi que la présence du la # au lieu du si *b* est due à l'adoption de F comme son fondamental, ce qui place le B en bout de chaîne[236]. Il est alors tout à fait possible d'imaginer un autre choix pour le son fixe de départ, et ainsi obtenir onze autres divisions de l'octave en suivant les mêmes relations de pureté intervallique, mais Euler n'envisage pas cette possibilité[237].

Nous pouvons nous faire une idée de ces onze autres déclinaisons du tempérament Euler à partir de la figure proposée plus haut[238], en y effectuant une rotation d'angle : $i\,\frac{\pi}{6}$ (i étant un entier compris entre 1 et 11) dans un sens comme dans l'autre. Il apparaît évident que chaque solution vient avec son lot de problèmes, en introduisant des altérations inusitées ou en compromettant trop fortement les premières quintes. La version introduisant si *b* et mi *b*, par exemple, raccourcit la quinte do-sol ce qui risque d'être difficilement praticable, quand bien même do-mi est pure.

---

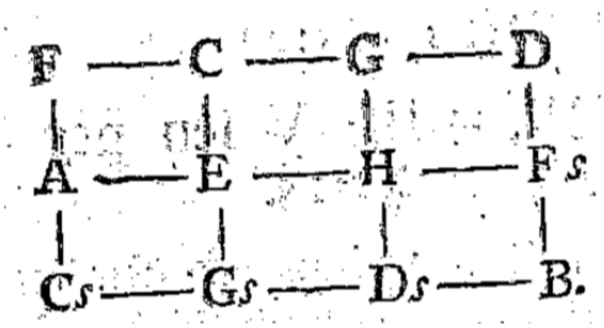
233 *Temperatio*, *onis*, f. : action de tempérer. Nous pouvons aussi le prendre comme : action d'accorder.
234 *Tentamen*, IX §5, in **[14]** vol.1 p.189.
235 De pareilles procédures existent bien dans la pratique, par exemple pour le tempérament II de Kirnberger (cf. *Die Kunst des reinen Satzes in der Musik (L'art de l'intonation pure en musique)*, Berlin, Decker & Hartung, 1774, chap.1 p.14).
236 Notons qu'Euler persiste à désigner le la # par B, qui est en théorie un si *b*. Le traducteur de 1839 a relevé cet abus dans son *Avertissement* (cf. **[14]** vol.1 p.285).
237 Nous envisageons cette hypothèse dans la perspective du genre, bien conscients qu'elle s'éloigne de celle du tempérament.
238 Cf. p.88.

Ce n'est donc pas le résultat qui nous intéressera dans cette méthode d'accordage, mais le schéma récapitulatif qu'Euler en fait[239] :



Il s'agit bel et bien d'un graphe qui relie les douze sons entre eux uniquement par des quintes et des tierces pures. Ce genre de réseau harmonique constitue donc un outil puissant pour représenter l'intonation pure, et a d'ailleurs été repris par la suite pour développer le *Tonnetz*, encore en usage aujourd'hui[240].

Remarquons qu'Euler n'en exploite pas les possibilités dans son essai, il faut attendre 1774 et son *De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis* pour qu'il le réintroduise sous cette forme[241] :



---

239 *Tentamen*, IX §13, in **[14]** vol.1 p.200.

240 Par exemple dans **[5]** pp.132-136, **[24]** p.88, ou encore dans la vidéo indiquée à la note 219 p.88. Le *Tonnetz* a été repris et développé par Arthur von Œttingen (*Harmoniesystem in dualer Entwiecklung*, Dorpat, W. Gläser, 1866) puis par Hugo Riemann (*Skizze einer neuen Methode der Harmonielehre*, Leipzig, Breitkop & Hærtel, 1880). Il est étendu en poursuivant les lignes de quintes et les colonnes de tierces, ce qui permet ainsi de spatialiser un ensemble de sons, chaque ligne présentant un comma syntonique de différence. Il s'agit d'un bel exemple de formalisation géométrique d'un espace sonore.

241 Euler Leonhard, *De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis (Des véritables principes de l'harmonie représentés par le miroir musical)*, Novi Commentarii Academiae Scientarum Petropolitanae vol.18, 1774, in **[14]** vol.2 p.121.

Il l'utilise alors pour répondre au problème suivant[242] :

> Dans quel ordre [faut-il] parcourir les douze sons de l'échelle musicale, pour qu'en passant toujours par des intervalles de quinte et de tierce majeure, et en ne faisant entendre chaque son qu'une seule fois, on revienne à celui d'où l'on est parti [?]

Il s'agit bien ici du géomètre qui a résolu l'énigme des sept ponts de Königsberg[243] ; nous laissons le lecteur essayer d'en faire de même avec celle-ci[244].

---

[242] Ibid. p.122.

[243] Célèbre problème auquel Euler a répondu en 1735 : il s'agissait de trouver un itinéraire permettant d'emprunter chacun des sept ponts de cette ville de Prusse traversée par la rivière Pregel une seule fois. Notre géomètre a prouvé qu'un tel itinéraire n'existait pas, et a généralisé son résultat, faisant ainsi faire à la topologie ses premiers pas. Le lecteur intéressé pourra se reporter à l'article d'Athanase Papadopoulos *Euler et les débuts de la topologie*, in **[19]** pp.327-331.

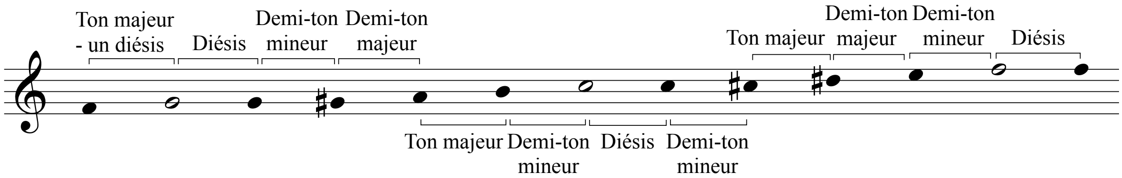
[244] Il existe deux solutions : F/C/G/D/F*s*/B/D*s*/H/E/G*s*/C*s*/A/F, ou : F/C/E/H/G/D/F*s*/B/D*s*/G*s*/C*s*/A/F.

Au-delà

Euler ne s'arrête pas au XVIII[e] genre et propose de nouvelles espèces plus élaborées, comme il l'avait promis[245].

Genre chromatico-enharmonique

Son exposant est : $2^m \times 3^2 \times 5^3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 1024 : 1125 : 1152 : 1200 : 1280 : 1440 : 1500 : 1536 : 1600 : 1800 : 1920 : 2000 : 2048. La voici sur portée[246] :



Euler en propose un tableau à partir de C, « conform[ément] à l'usage des musiciens »[247] :

Signa	Soni		Intervalla	Nomina Intervallorum.
C	$2^8.3$	768	24:25	Hemitonium minus.
Cs	$2^5.5^2$	800	8:9	Tonus maior.
Ds	$2^2.3^2 5$	900	15:16	Hemitonium maius.
E	$2^6.3.5$	960	24:25	Hemitonium minus.
F*	$2^3.5^3$	1000	125:128	Diesis Enharmonica.
F	2^{10}	1024	1024:1125	Tonus maior Diesi minuta.
G*	$3^2.5^3$	1125	125:128	Diesis Enharmonica.
G	$2^7.3^2$	1152	24:25	Hemitonium minus.
Gs	$2^4.3.5^2$	1200	15:16	Hemitonium maius.
A	$2^8.5$	1280	8:9	Tonus maior.
H	$2^5.3^2.5$	1440	24:25	Hemitonium minus.
c*	$2^2.3.5^3$	1500	125:128	Diesis Enharmonica.
c	$2^9.3$	1536		

[245] *Tentamen*, VIII §15, in **[14]** vol.1 pp.174-175. Cf. pp.71-72 du présent travail.
[246] Comme précédemment, les notes blanches sont celles qui sortent du système d'altération usuel, elles diffèrent d'un intervalle minime des notes dont elles partagent le nom.
[247] *Tentamen*, IX §7, in **[14]** vol.1 p.189 pour la citation ; *Tentamen*, X §3, in **[14]** vol.1 p.206 pour le tableau.

Ce genre est appelé « à bon droit, genre chromatico-enharmonique parce que son exposant se compose de ceux des genres chromatique et enharmonique, et qu'il en est le plus petit commun multiple »[248]. En plus de ne pas permettre « la transposition d'un mode dans un autre »[249], il contient des « sons nouveaux »[250] - marqués d'un astérisque dans le tableau - qui diffèrent d'un diésis des sons desquels ils s'approchent le plus. Euler déclare[251] :

> Une différence aussi petite étant à peine perceptible, on pourra, sans commettre une erreur bien sensible, remplacer les sons F*, G* et *c** par les sons habituels F, G et *c*, et exécuter alors sans grand inconvénient les œuvres musicales appartenant au genre [chromatico-enharmonique] avec les instruments appropriés au genre diatonico-chromatique.

Il préconise donc de substituer aux sons nouveaux leurs doubles respectifs, et constate que son XVIII^e^ genre peut représenter d'autres genres « plus compliqués »[252], « une nouvelle preuve de son excellence »[253].

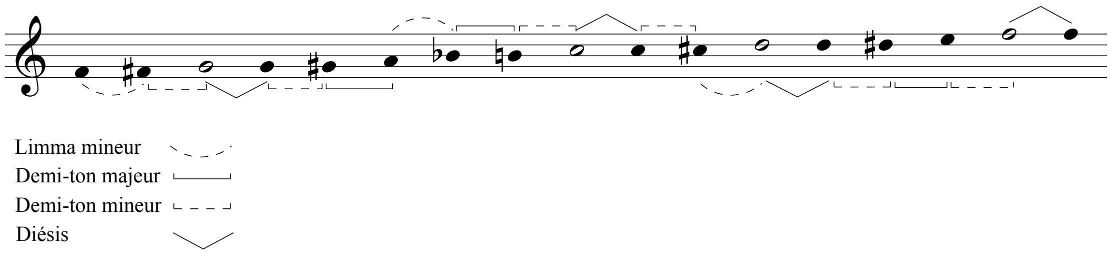
Nous pouvons être surpris par ces recommandations, un diésis n'étant pas si négligeable, et imaginant bien qu'une pièce composée dans un pareil genre sera nécessairement construite de manière à exploiter ces nouveaux sons. Une telle substitution nuirait donc à la spécificité de la pièce, comme une interprétation en tempérament égal défigure *L'enharmonique* de Rameau par exemple. Nuançons toutefois notre propos en précisant que le raisonnement d'Euler se place dans la musique tonale, et qu'il conseille donc d'accepter le compromis qui consiste à rendre des sons purs par des sons proches, compromis dont le tempérament est l'enfant direct.

---

[248] *Tentamen*, X §2, in **[14]** vol.1 p.205.
[249] *Tentamen*, X §4, in **[14]** vol.1 p.206.
[250] *Tentamen*, X §9, in **[14]** vol.1 p.208.
[251] *Tentamen*, X §5, in **[14]** vol.1 p.206.
[252] *Tentamen*, X §7, in **[14]** vol.1 p.207.
[253] Ibid.

Genre diatonico-enharmonique

Son exposant est : $2^m \times 3^3 \times 5^3$. Son octave élémentaire est donc représentée par 4096 : 4320 :4500 : 4608 : 4800 : 5120 : 5400 : 5760 : 6000 : 6144 : 6400 : 6750 : 6912 : 7200 : 7680 : 8000 : 8192. La voici sur portée :



Euler fournit le tableau suivant[254] :

Sign.	Soni.		Interualla.	Nomina Interuallorum.
C	$2^{10}.3$	3072	24 : 25	Hemitonium minus.
Cs	$2^7.5^2$	3200	128 : 135	Limma minus.
D*	$3^3.5^3$	3375	125 : 128	Diesis.
D	$2^7.3^3$	3456	24 : 25	Hemitonium minus.
Ds	$2^4.3^2.5^2$	3600	15 : 16	Hemitonium maius.
E	$2^8.3.5$	3840	24 : 25	Hemitonium minus.
F*	$2^5.5^3$	4000	125 : 128	Diesis.
F	2^{12}	4096	128 : 135	Limma minus.
Fs	$2^5.3^3.5$	4320	24 : 25	Hemitonium minus.
G*	$2^2.3^2.5^3$	4500	125 : 128	Diesis.
G	$2^9.3^2$	4608	24 : 25	Hemitonium minus.
Gs	$2^6.3.5^2$	4800	15 : 16	Hemitonium maius.
A	$2^{10}.5$	5120	128 : 135	Limma minus.
B	$2^3.3^3.5^2$	5400	15 : 16	Hemitonium maius.
H	$2^7.3^2.5$	5760	24 : 25	Hemitonium minus.
c*	$2^4.3.5^3$	6000	125 : 128	Diesis.
c	$2^{11}.3$	6144		

L'appellation de ce genre est due au fait qu'il réunit « en un seul les exposants des trois genres connus des anciens »[255]. Là encore Euler suggère d'employer « les sons principaux

[254] *Tentamen*, X §8, in **[14]** vol.1 p.208.
[255] Ibid. p.207.

D, F, G et *c* » « à la place des sons D*, F*, G* et *c** »[256], et donc d'étendre le XVIII^{e} genre à l'exécution de morceaux appartenant à cette nouvelle espèce.

Toutefois, conscient des critiques qui pourront lui être adressées, il poursuit avec ce paragraphe[257] :

> Si quelqu'un trouvait cette différence d'un diésis trop forte pour qu'on puisse remplacer les sons nouveaux par les principaux correspondants - attendu que le diésis est le plus grand des intervalles minimes - il admettra sans doute une erreur qui ne dépasse pas la valeur du comma.

Cette remarque rend de facto les deux genres précédents inusités et permet à Euler d'en introduire un troisième.

---

[256] Ibid. p.208.
[257] *Tentamen*, X §9, in **[14]** vol.1 p.208.

Genre diatonico-chromatique étendu

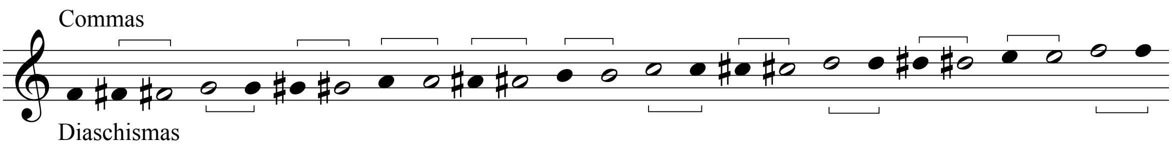
Son exposant est : $2^m \times 3^7 \times 5^2$. Nous ne détaillons pas son octave élémentaire dont les bornes sont 32768 et 65536 pour des raisons évidentes de lisibilité. De plus, elle apparaît dans le tableau proposé par Euler, les sons étant exprimés en facteurs premiers[258] :

Generis exponens $2^m . 3^7 . 5^2$.

Sig	*Soni.*	*Log. Sonor.*	*Interualla.*	*Nomina Interuallorum.*
F	2^{15}	15, 00000	0, 07682	Limma minus.
Fs	$2^8 . 3^3 . 5$	15, 07682	0, 01792	Comma.
Fs*	$2^4 . 3^7$	15, 09475	0, 05888	Hemitonium minus
G*	$2 . 3^6 . 5^2$	15, 15363	0, 01628	Diaſchisma.
G	$2^{12} . 3^2$	15, 16993	0, 05888	Hemitonium minus.
Gs	$2^9 . 3 . 5^2$	15, 22882	0, 01792	Comma.
Gs*	$2^5 . 3^5 . 5$	15, 24675	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
A	$2^{13} . 5$	15, 32193	0, 01792	Comma.
A*	$2^9 . 3^4$	15, 33986	0, 05888	Hemitonium minus.
B	$2^6 . 3^3 . 5^2$	15, 39874	0, 01792	Comma.
B*	$2^2 . 3^7 . 5$	15, 41668	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
H	$2^{10} . 3^2 . 5$	15, 49185	0, 01792	Comma
H*	$2^6 . 3^6$	15, 50978	0, 05888	Hemitonium minus.
c*	$2^3 . 3^5 . 5^2$	15, 56867	0, 01628	Diaſchisma.
c	$2^{14} . 3$	15, 58496	0, 05888	Hemitonium minus.
cs	$2^{11} . 5^2$	15, 64385	0, 01792	Comma.
cs*	$2^7 . 3^4 . 5$	15, 66178	0, 07681	Limma minus.
d*	$3^7 . 5^2$	15, 73860	0, 01628	Diaſchisma.
d	$2^{11} . 3^3$	15, 75489	0, 05888	Hemitonium minus.
ds	$2^8 . 3^2 . 5^2$	15, 81377	0, 01792	Comma
ds*	$2^4 . 3^6 . 5$	15, 83171	0, 07517	Hemit. minus cum diaſchiſ.
e	$2^{12} . 3 . 5$	15, 90689	0, 01792	Comma.
e*	$2^8 . 3^5$	15, 92482	0, 05888	Hemitonium minus.
f*	$2^5 . 3^4 . 5^2$	15, 98371	0, 01628	Diaſchisma.
f	2^{16}	16, 00000		

[258] Ibid. p.209.

La voici maintenant sur portée (nous ne mettons en évidence que les intervalles minimes, les notes noires sont celles du genre diatonico-chromatique) :



Euler envisage ce genre comme un enrichissement du XVIIIe, d'où ce titre[259]. Il note que les sons secondaires sont différents d'un comma ou d'un diaschisma des sons principaux, intervalles « que l'oreille peut à peine distinguer »[260], il n'y a donc « pas d'inconvénient à les omettre et à les remplacer par les sons habituels »[261]. L'usage du genre diatonico-chromatique peut donc s'étendre jusqu'à celui-ci[262], en substituant aux sons secondaires les sons principaux dont ils sont le plus proche.

Afin d'éclairer les recommandations eulériennes, précisons qu'il s'agit d'élargir le champ des tonalités possibles, en s'autorisant l'utilisation d'intervalles non purs. En effet, pour lui, toute note qui ne correspond pas à un son ne peut être utilisée, ainsi une composition en ré majeur aura nécessairement été pensée par son compositeur au sein du genre étendu dont il est question. Ce qu'Euler veut nous dire, c'est donc qu'il est bien possible de rendre une telle composition sur un instrument construit d'après le genre diatonico-chromatique[263]. Il justifie cette idée en ayant recours à l'autorité des musiciens[264] :

> Les musiciens sont obligés d'avouer qu'en considérant la chose à la lettre, les sons habituels ne suffisent pas, mais à cause de la petitesse de la différence qui en résulte, on préfère les employer

---

[259] Nous le déduisons du *Tentamen*, XIV §10, in **[14]** vol.1 p.278.
[260] *Tentamen*, X §9, in **[14]** vol.1 p.209.
[261] Ibid.
[262] Au paragraphe 22 du chapitre X, Euler déclare même qu'on peut étendre l'usage du genre diatonico-chromatique au genre « d'exposant général $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$, quelque grand que *n* puisse être pris » (in **[14]** vol.1 p.209) mais il se rétracte au paragraphe 15 du même chapitre (in **[14]** vol.1 p.211).
[263] Nous pouvons néanmoins douter de cette assertion en considérant les observations rendues plus haut sur le tempérament d'Euler (cf. pp.86-91).
[264] *Tentamen*, X §11, in **[14]** vol.1 p.210.

plutôt que de rendre l'exécution de la musique plus difficile par l'introduction de sons nouveaux.

Genre d'exposant : $2^m \times 3^3 \times 5^n$

Après avoir considéré une puissance plus élevée du chiffre 3, Euler expérimente la même chose pour le chiffre 5, et propose le tableau du genre d'exposant : $2^m \times 3^3 \times 5^5$, que nous reproduisons[265] :

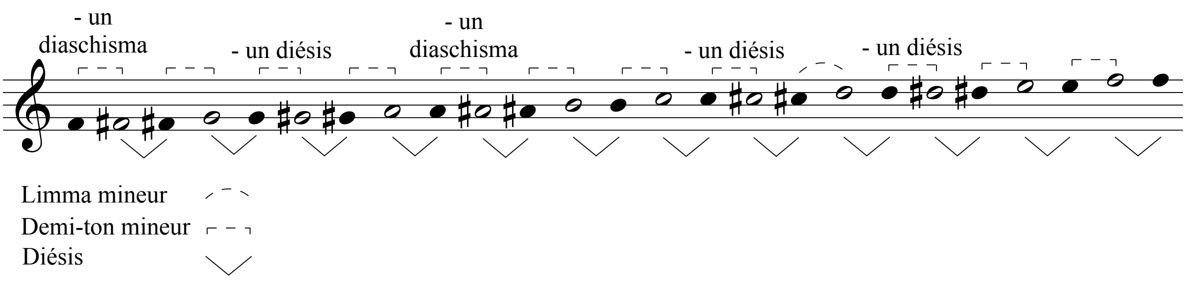
Sign.	*Soni.*	*Log. Sonor.*	*Interualla*	*Nomina Interuallorum.*
F	2^{16}	16, 00000	0, 04259	Hemitonium minus demto diaschis.
Fs*	$2^2.3^3.5^4$	16, 04259	0, 03422	Diesis.
Fs	$2^9.3^3.5$	16, 07682	0, 05890	Hemitonium minus.
G*	$2^6.3^2.5^3$	16, 13571	0, 03422	Diesis.
G	$2^{13}.3^2$	16, 16992	0, 02468	Hemitonium minus demta diesi.
Gs*	$2^3.3.5^5$	16, 19460	0, 03422	Diesis.
Gs	$2^{10}.3.5^2$	16, 22882	0, 05890	Hemitonium minus.
A*	$2^7.5^4$	16, 28771	0, 03422	Diesis.
A	$2^{14}.5$	16, 32193	0, 04260	Hemitonium minus demto diaschis.
B*	$3^3.5^5$	16, 36453	0, 03422	Diesis.
B	$2^7.3^3.5^2$	16, 36874	0, 05890	Hemitonium minus.
H*	$2^4.3^2.5^4$	16, 45763	0, 03422	Diesis.
H	$2^{11}.3^2.5$	16, 49185	0, 05890	Hemitonium minus.
c*	$2^8.3.5^3$	16, 55075	0, 03422	Diesis.
c	$2^{15}.3$	16, 58496	0, 02468	Hemitonium minus demta diesi.
cs*	$2^5.5^5$	16, 60964	0, 03422	Diesis.
cs	$2^{12}.5^2$	16, 64386	0, 07681	Limma minus.
d*	$2^5.3^3.5^3$	16, 72067	0, 03422	Diesis.
d	$2^{12}.3^3$	16, 75488	0, 02468	Hemitonium minus demta diesi.
ds*	$2^2.3^2.5^5$	16, 77956	0, 03422	Diesis.
ds	$2^9.3^2.5^2$	16, 81378	0, 05890	Hemitonium minus.
e*	$2^6.3.5^4$	16, 87267	0, 03422	Diesis.
e	$2^{13}.3.5$	16, 90689	0, 05490	Hemitonium minus.
f*	$2^{10}.5^3$	16, 96578	0, 03422	Diesis.
f	2^{17}	17, 00000		

§. 12.

---

[265] *Tentamen*, X §12, in **[14]** vol.1 p.210.

Le voici sur portée :



Pour notre géomètre, ce genre ne peut être rendu par le genre diatonico-chromatique car les sons secondaires diffèrent des principaux « d'un diésis, et cette différence, qui vaut environ la moitié d'un demi-ton, peut aisément être remarquée »[266]. En réalité, le problème vient du fait que la substitution est impossible, notamment parce que certains sons principaux se trouvent amenés à remplacer non plus un, mais deux sons. Dans notre exemple, le sol principal rendra à la fois le sol secondaire, mais aussi le sol dièse secondaire, qui en est plus proche que du sol dièse principal[267].

Euler envisage alors ce genre comme appartenant à une espèce supérieure[268] :

> Pour une musique de ce genre, il conviendrait donc mieux de diviser l'octave en 24 intervalles ; cette division présenterait en même temps l'avantage d'offrir des intervalles qui seraient tous à peu près égaux entre eux.
>
> Ce nouveau genre de musique, dont l'octave contiendrait deux fois plus de sons que le genre usité, serait de l'application la plus étendue ; car il pourrait remplacer non seulement les genres représentés par l'exposant $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$, mais en général tous les genres compris dans l'exposant $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^p$, p étant plus grand que 5. Il y a plus ; c'est qu'il suffirait aux genres contenus dans l'exposant universel $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$, pourvu toutefois que n et p ne

---

[266] Ibid. Notons qu'il se contredit lui-même, ayant avancé plus haut que le diésis introduisait une différence « à peine perceptible » (cf. p.95).
[267] Ces remarques sont formulées par Euler dans le *Tentamen*, X §13, in **[14]** vol.1 p.211.
[268] *Tentamen*, X §13-14, in **[14]** vol.1 p.211.

> fussent pas fort grands, parce que l'harmonie ne permet pas à cet égard d'employer des nombres trop considérables.

Il est vrai que - comme nous pouvons le voir dans notre exemple sur portée - ce genre présente l'avantage d'intercaler un son secondaire entre deux sons principaux, divisant ainsi l'ocatve en vingt-quatre parties. Pour Euler, il s'agit donc d'un genre plus parfait de musique, qui enrichit l'harmonie - tout en restant dans les limites du raisonnable - en mettant à disposition deux fois plus d'intervalles purs. L'instrument qu'il faudrait construire pour rendre ce nouveau genre de musique n'est pas sans rappeler l'*Archicembalo* de Vicentino[269].

Le chiffre 7

Euler est très prudent quant à l'utilisation de chiffres générateurs supérieurs à 5, finissant le pénultième paragraphe de son dixième chapitre par cette phrase[270] :

> Leibniz a donc eu bien raison quand il a dit que, dans la musique, on n'allait pas au-delà du nombre 5.

Il s'agit d'une référence aux propos que Leibniz a tenus dans une lettre à Christian Goldbach datée du 17 avril 1712[271] :

> *Nos in Musica non numeramus ultra quinque, similes illis populis, qui etiam in Arithmetica non ultra ternarium progrediebantur, et in quibus phrasis Germanorum de homine simplice locum haberet : « Er kann nicht über drei zehlen ».*
>
> Nous, en musique, nous ne comptons pas au-delà de cinq, semblables en cela à ces peuples, qui même en arithmétique

---

[269] Cf. **[32]** Libro quinto, Cap.I-VIII, pp.99-106. Rappelons que l'*Archicembalo* est un clavecin comportant trente-six notes par octaves, réparties sur les deux claviers et obtenues au moyen de feintes brisées et supplémentaires, afin de rendre exactement les intervalles purs et surtout d'interpréter des morceaux chromatiques ou enharmoniques. Zarlino en présente un clavier au chapitre 46 de **[33]** p.164, et Huygens valide son principe de fonctionnement par rapport à la division de l'octave en trente et une parties qu'il propose dans son *Novus cyclus harmonicus* (cf. **[22]** pp.147-149). Le lecteur curieux de l'entendre sonner trouvera son bonheur en visionnant la vidéo suivante : https://www.youtube.com/watch?v=bhGwjgZ8zIY.
[270] *Tentamen*, X §19, in **[14]** vol.1 p.213.
[271] LEIBNIZ Gottfried Wilhelm, *Epistolae ad diversos (Lettres à divers correspondants)*, vol.1, Leipzig, Breitkopf, 1734, p.240, trad. F. de Buzon, citée dans **[19]** p.145.

n'allaient pas au-delà du nombre trois, et pour lesquels vaut ce dicton allemand : « il ne sait pas compter au delà de trois ».

Cependant, Leibniz remarque dans cette même lettre qu'il serait possible de pousser jusqu'à 7 « s'il nous était donné un peu plus de subtilité »[272]. C'est sûrement cette remarque qui a motivé notre géomètre à proposer « le tableau des sons contenus dans l'octave du genre dont l'exposant est $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ »[273], que nous reproduisons[274] :

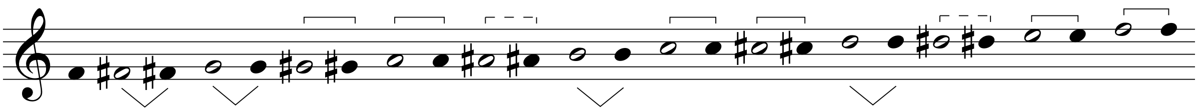
Generis Exponens $2^m . 3^3 . 5^2 . 7$.

Signa Sonor.	Soni.	Log. Sonor.	Interualla.	
F	2^{12}	12, 00000	0, 03617	512 : 525
Fs*	$2^3 . 3 . 5^2 . 7$	12, 03617	0, 04064	35 : 36
Fs	$2^5 . 3^3 . 5$	12, 07681	0, 05247	27 : 28
G*	$2^7 . 5 . 7$	12, 12928	0, 04064	35 : 36
G	$2^9 . 3^2$	12, 16992	0, 03618	512 : 525
Gs*	$3^3 . 5^2 . 7$	12, 20610	0, 02272	63 : 64
Gs	$2^6 . 3 . 5^2$	12, 22882	0, 07039	20 : 21
A*	$2^4 . 3^2 . 5 . 7$	12, 29921	0, 02272	63 : 64
A	$2^{10} . 5$	12, 32193	0, 07039	20 : 21
B*	$2^8 . 3 . 7$	12, 39232	0, 00642	224 : 225
B	$2^3 . 3^3 . 5^2$	12, 39874	0, 05247	27 28
H*	$2^5 . 5^2 . 7$	12, 45121	0, 04064	35 : 36
H	$2^7 . 3^2 . 5$	12, 49185	0, 07039	20 : 21
c*	$2^5 . 3^3 . 7$	12, 56224	0, 02272	63 : 64
c	$2^{11} . 3$	12, 58496	0, 03618	512 : 525
cs*	$2^2 . 3^2 . 5^2 . 7$	12, 62114	0, 02272	63 : 64
cs	$2^8 . 5^2$	12, 64386	0, 07039	20 : 21
d*	$2^6 . 3 . 5 . 7$	12, 71425	0, 04064	35 : 36
d	$2^8 . 3^3$	12, 75489	0, 05247	27 : 28
ds*	$2^{10} . 7$	12, 80736	0, 00642	224 : 225
ds	$2^5 . 3^2 . 5^2$	12, 81378	0, 07039	20 : 21
e*	$2^3 . 3^3 . 5 . 7$	12, 88417	0, 02272	63 : 64
e	$2^9 . 3 . 5$	12, 90689	0, 07039	20 : 21
f*	$2^7 . 3^2 . 7$	12, 97728	0, 02272	63 : 64
f	2^{13}	13, 00000		

[272] Ibid.
[273] *Tentamen*, X §20, in **[14]** vol.1 p.213.
[274] Ibid. p.214.

Euler ne propose que ce genre, qui peut être considéré comme un enrichissement septimal du genre diatonico-chromatique. En effet, tout autre combinaison serait selon lui « contraire à l'harmonie »[275]. Nous remarquons - en toute logique - l'apparition de nouveaux intervalles minimes, dits septimaux, entre les sons principaux (du XVIII^{e} genre) et les sons secondaires. Il s'agit du diésis septimal : $\frac{36}{35}$, du comma septimal : $\frac{64}{63}$, et du kleisma septimal : $\frac{225}{224}$.

Nous représentons l'octave élémentaire de cet ultime genre sur portée :



Comma septimal

Diésis septimal

Kleisma septimal

Ce genre présente également une alternance entre sons principaux et secondaires, et porte en lui une double innovation : celle d'une musique inouïe et d'un instrument inédit, comportant vingt-quatre touches par octave et accordé en intonation septimale. La démarche eulérienne se révèle alors sous nos yeux. En effet, son but est de poser de nouvelles bases, saines, à la théorie de la musique, afin de porter les musiciens vers de nouveaux horizons, en témoigne le paragraphe suivant[276] :

§. 28. Hoc quidem tempore, quo muſicae ſtudium ad tantum perfectionis gradum eſt euectum, admiratione vtique eſt dignum, quod omnes muſicae periti tantum in componendis nouis operibus ſint occupati, modorum autem numerum, qui ſatis eſt paruus, et a longo abhinc tempore iam receptus, augere omnino non curent. Cuius rei cauſſa eſſe videtur, quod vera harmoniae principia adhuc fuerint incognita, atque ob horum defectum muſicae ſtudium ſola experientia et conſuetudine ſit excultum.

---

[275] Ibid. p.213.

[276] *Tentamen*, VI §28, in **[14]** vol.1 p.161.

> Aujourd'hui que l'étude de la musique a été portée à un si haut degré de perfection, on ne peut s'empêcher d'être étonné que tous les musiciens ne soient occupés que de créer de nouvelles œuvres, sans chercher à augmenter le nombre actuel des modes qui est assez limité et déjà de fort loin. La cause de cette négligence ne peut guère s'expliquer que par l'ignorance des vrais principes de l'harmonie, principes à défaut desquels l'étude de la musique n'a pu être dirigée que par l'expérience et l'habitude.

Nous retrouvons aussi dans ces lignes le respect et l'admiration qu'Euler a pour les musiciens de son temps, détachant son approche de toute spéculation dogmatique.

L'introduction du chiffre 7 est une question qui ne cessera d'intéresser notre géomètre. Si le *Tentamen* n'en contient qu'une brève apparition, ces écrits postérieurs y seront largement consacrés, notamment sa *Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique* et son mémoire *Du véritable caractère de la musique moderne*, tous deux de 1764[277].

Nous proposons un bref aperçu de ces travaux, qui représentent en eux-mêmes un nouveau sujet de recherche. Commençons par préciser que le contexte musical de cette période est bien éloigné de celui de 1739, date de publication du *Tentamen*. En effet, l'école de Mannheim est passée par là, et la musique moderne qui intéresse alors Euler est d'une tout autre nature. En particulier, l'accord de septième de dominante jouit à présent du statut de quasi-consonance au même titre que l'accord de septième diminuée avant lui, c'est-à-dire qu'il ne nécessite plus de préparation, seule sa résolution est obligée. Ce nouvel usage interpelle Euler, qui l'explique de la manière suivante[278]:

Il constate que l'accord 36 : 45 : 54 : 64 a comme exposant 8640, ce qui le place au dix-septième degré d'agrément, très élevé et en contradiction avec la facilité qu'a le public à l'apprécier. Il remarque que c'est le son 64 - c'est-à-dire la septième - qui pose

---

[277] Voir les prolégomènes pp.12-13. Ces deux mémoires ont été publiés en français, langue officielle à la cour de Frédéric II. Le lecteur intéressé peut les consulter en ligne sur *The Euler archive* ; voici le lien pour la *Conjecture* : http://eulerarchive.maa.org/docs/originals/E314.pdf, et celui pour *Du véritable caractère de la musique moderne* : http://eulerarchive.maa.org/docs/originals/E315.pdf.

[278] Le prochain paragraphe résume le contenu de la *Conjecture*.

problème, car il est le seul à n'être pas divisible par 9. Il propose donc de lui substituer le son 63, et d'écrire ainsi l'accord de septième de dominante 4 : 5 : 6 : 7. Euler introduit donc la septième naturelle dans le système musical[279]. Il poursuit en indiquant que l'oreille perçoit en réalité ces rapports-là, bien plus simples puisqu'ils placent l'accord au quinzième degré d'agrément. Ainsi la musique moderne est celle qui a introduit le chiffre 7 dans sa structure harmonique. En plus de cette hypothèse, nous trouvons dans ces lignes peut-être la démonstration qu'Euler nous avait promise au début du deuxième chapitre du *Tentamen*[280], à savoir celle du processus d'acclimatation de l'oreille, qui à force d'entendre un accord, l'accepte en le substituant à un autre qu'elle peut facilement entendre, dans les deux sens du terme[281].

---

[279] Système qui devient donc septimal, puisque le rapport entre le son habituel et le son nouveau est : $\frac{64}{63}$, c'est-à-dire le comma septimal.
[280] Cf. p.62 de ce travail.
[281] Aussi séduisante soit-elle, cette hypothèse est infirmée par la théorie des battements issus des sons partiels, comme le fait justement remarquer Patrice Bailhache dans **[19]** pp.138-139.

Les genres d'accords

Après avoir défini le genre diatonico-chromatique comme système acoustique en accord avec les « vrais principes de l'harmonie »[282], Euler expose les outils qui permettent d'y construire des relations entre les sons qui le constituent. Tout d'abord, il introduit la notion de « genre d'accords »[283], se basant sur le même procédé que pour les genres de musique.

Commençant par remarquer que la place d'un accord dans le registre n'affecte pas sa nature, il considère qu'il « faut regarder comme semblables les accords dont les exposants ne diffèrent que par la puissance du nombre 2 »[284]. En effet, la structure intervallique d'un accord ne subit aucune altération quand celui-ci est octavié. Ainsi, il définit l'exposant du genre d'accords par la même formule que précédemment : $2^m \times A$, *m* étant un entier quelconque et *A* un entier naturel impair. Seulement dans ce cas précis, il est question de générer des structures sonores au sein d'un système établi. Par conséquent, l'exposant d'un accord ne pourra dépasser celui du genre diatonico-chromatique. Il faut donc définir tous les genres possibles tels que : $2^m \times A$ divise : $2^m \times 3^3 \times 5^2$.

Euler en déduit douze[285] :

I. 2^m.	V. $2^m.3.5$.	IX. $2^m.3.5^2$.
II. $2^m.3$.	VI. $2^m.5^2$.	X. $2^m.3^3.5$.
III. $2^m.5$.	VII. $2^m.3^3$.	XI. $2^m.3^2.5^2$.
IV. $2^m.3^2$.	VIII $2^m.3^2.5$.	XII. $2^m.3^3.5^2$.

Avant de les détailler, précisons trois points importants. Tout d'abord, le degré d'agrément d'un accord sera d'autant plus élevé que *m* sera grand. En effet, l'augmentation

---

[282] *Tentamen*, VI §28, in **[14]** vol.1 p.161.
[283] *Tentamen*, XI §2, in **[14]** vol.1 p.215.
[284] Ibid.
[285] *Tentamen*, XI §6, in **[14]** vol.1 p.216.

de sa valeur ajoute des sons à l'accord, ce qui le rend plus complexe à saisir. Euler déclare justement[286] :

> Parmi les accords de même genre, le plus simple et le plus facile à apprécier sera donc celui dont l'exposant sera A ; il sera suivi de l'accord qui aura pour exposant $2A$; celui-ci de l'accord 2^2A, et ainsi de suite.

Il fixe la limite de complexité acceptable au douzième degré d'agrément[287].

Ensuite, notre géomètre limite l'espace d'expression des accords à « trois octaves »[288], il « n'emploier[a] pas de sons plus graves que F, ni plus aigus que $\bar{\bar{f}}$ »[289], en d'autres termes, n'apparaîtront sur la portée que des sons compris entre le fa_1 et la fa_4. Nous notons qu'il s'agit de l'échelle générale définie par Zarlino[290], qui s'étend du Γ *ut* au *ee la*[291], avec le *rétropôle* (F) et un *superpôle* ($\bar{\bar{f}}$). Il ne s'agit donc pas d'une échelle instrumentale, définie dans l'essai comme « embrass[ant] rarement plus de quatre octaves »[292].

Enfin, Euler rappelle qu'un accord peut se transposer sur n'importe quelle note en changeant de base, ce qui se fait numériquement par l'ajout d'un indice[293]. Toutefois, cet ajout ne doit pas porter l'exposant de l'accord au delà de : $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$, qui est celui de « l'extension »[294] du genre diatonico-chromatique. Dans la mesure où la présentation des genres d'accord a pour but « de traiter des accords considérés en eux-mêmes »[295], Euler néglige les possibles transpositions et choisit « l'unité pour représenter le son F ou un son distant de F de quelques octaves »[296].

---

[286] *Tentamen*, XI §4, in **[14]** vol.1 p.216.
[287] *Tentamen*, XI §5, in **[14]** vol.1 p.216.
[288] *Tentamen*, XI §9, in **[14]** vol.1 p.217.
[289] *Tentamen*, XI §10, in **[14]** vol.1 p.217.
[290] **[33]** Parte seconda, Cap.30 p. 121.
[291] C'est-à-dire le sol_1 et le mi_4.
[292] *Tentamen*, VI §28, in **[14]** vol.1 p.161.
[293] Cf. pp.53-57.
[294] *Tentamen*, XI §7, in **[14]** vol.1 p.217.
[295] *Tentamen*, XI §8, in **[14]** vol.1 p.217.
[296] Ibid.

Passons à présent en revue ces douze genres d'accords, notés sur portée dans le *Tentamen*. Chaque représentation est celle de l'accord « complet », il est donc important de la prendre comme un ensemble de notes, une réserve où il est possible de piocher sans porter atteinte à l'harmonie, et non comme un objet musical en tant que tel.

Genre I : 2^m

Nous profitons de ce premier exemple pour détailler les indications d'Euler[297] : l'exposant est placé au-dessus du système, les chiffres romains entre les deux portées correspondent au degré d'agrément de chaque accord, et le chiffre qui se trouve sous la basse renseigne sur l'expression numérique de F au sein de l'accord[298]. Ainsi, 1 indique que F - le fa$_1$ - est exprimé par l'unité et qu'il est donc la base de l'accord ; 2 indiquera qu'il n'est plus la base de l'accord mais son octave supérieure, et ainsi de suite pour les puissances suivantes. Le choix de ne pas représenter la base de l'accord intervient lorsque les sons générés s'étalent sur plus de trois octaves, Euler sacrifiant le grave au profit de l'aigu, lieu de sons nouveaux. Remarquons aussi qu'il est question de *species*[299] et non de *genera*[300], il s'agit donc bien de la représentation de trois espèces du genre I. Cette distinction - qui réapparaîtra par la suite dans l'essai - est simple : le genre désigne la notation $2^m A$ où *m* est quelconque, l'espèce quant à elle se rapporte à l'exposant $2^m A$ où *m* est un entier donné, ce qui se traduit par une définition concrète de l'ambitus, là où le genre recouvre une étendue théoriquement infinie.

---

[297] Ces exemples sont donnés sous la forme de deux tableaux, rattachés au chapitre XI, in **[14]** pp.218-219.
[298] Ces précisions sont celles d'Euler, dans le *Tentamen*, XI §11, in **[14]** vol.1 p.219.
[299] *Species*, *ei*, f. : espèce. Il faut toutefois lire espèces, au pluriel, les deux formes latines étant identiques.
[300] *Genus*, *eris*, n. : genre.

Pour ce qui est du genre présenté, il ne peut produire que l'octave, comme son exposant le laissait attendre.

Genre II : $2^m \times 3$

Ce genre produit des accords de quinte à vide.

Genre III : $2^m \times 5$

Ce genre produit des accords de tierce majeure. À propos de ces trois premiers genres, Euler explique qu' « à cause de leur grande simplicité, [ils] ne sont guère employés que dans les chants à deux voix »[301].

[301] *Tentamen*, XI §15, in **[14]** vol.1 p.221.

Genre IV : $2^m \times 3^2$

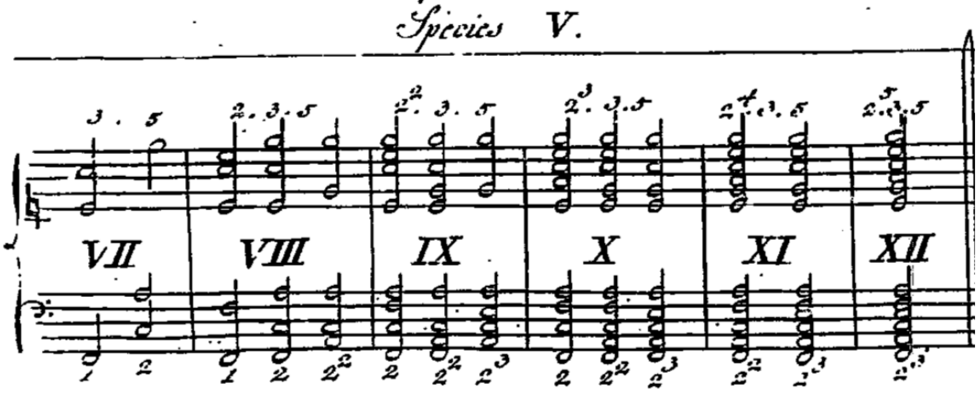
Nous entrons avec ce genre dans ce qui correspond à la conception contemporaine d'un accord. Il produit l'accord de quinte avec retard de quarte et ses renversements, ce qu'Euler décrit ainsi[302] :

> Les musiciens en font un usage fréquent, quand à la basse ils joignent la quinte et la seconde, ou la septième et la quarte ; et ils appellent dissonances les accords qui en résultent, non pas tant à cause de l'infériorité de ces accords sous le rapport de l'agrément, que parce qu'ils sont habitués à ne donner le nom de consonances qu'aux accords des trois premiers genres et du cinquième.

Il est surprenant qu'Euler ne mentionne pas l'état fondamental de cet accord (chiffré $\substack{5\\4}$), bien plus usité que son troisième renversement. Nous noterons aussi le manque de rigueur dans la qualification des intervalles, les secondes n'étant que majeures et les septièmes par conséquent mineures dans ce genre. Mais ce qui est le plus original, et révélé par ces lignes, c'est qu'Euler n'analyse un accord que dans sa verticalité ; c'est pourquoi il ne conçoit pas que cet accord soit dissonant, car la raison même de cette appellation se trouve dans les lignes. Peut-être certains verront-ils dans cette lecture verticale une marque de modernité, nous la relèverons en tous les cas comme une singularité.

[302] Ibid.

Genre V : $2^m \times 3 \times 5$



Ce genre produit les « triades harmoniques »[303], il contient en effet les deux accords parfaits majeur et mineur, à l'état fondamental - ce qu'Euler désigne par « triades principales »[304] - comme renversé, ce qui se trouve précisé à la fin du paragraphe 16 du chapitre XI[305] :

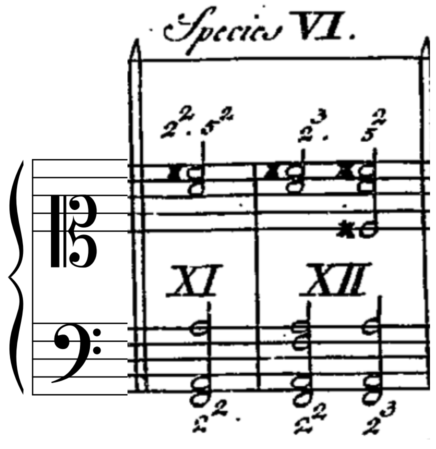
> De ces triades principales, il naît d'autres moins principales si l'on intervertit l'ordre des sons.

Euler remarque que l'accord de septième majeure contenu dans ce genre - bien que d'un agrément équivalent - n'est pas utilisé de la même manière que les accords parfaits[306].

---

303 *Tentamen*, XI §16, in **[14]** vol.1 p.221.Nous avons déjà évoqué cette appellation dans les applications du degré d'agrément p.50.
304 Ibid.
305 Ibid.
306 *Tentamen*, XI §18, in **[14]** vol.1 p.222.

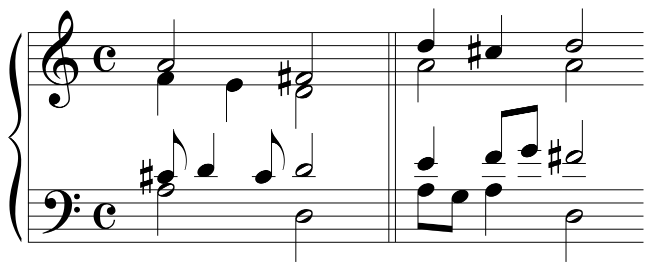
Genre VI : $2^m \times 5^2$



Ce genre produit l'accord de quinte augmentée, jugé « très dur »[307] par notre géomètre, dont les musiciens ne font que « rarement usage »[308]. Il en propose tout de même trois espèces supplémentaires, au-delà du douzième degré d'agrément, qu'il n'hésite pas à qualifier de « dissonances »[309] :

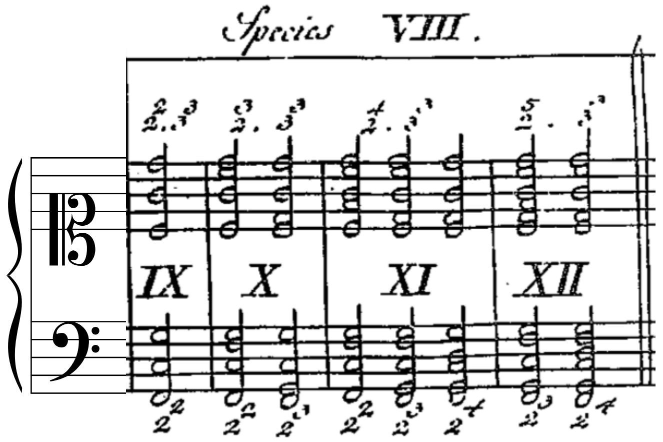
[307] *Tentamen*, XI §19, in **[14]** vol.1 p.222.
[308] Ibid.
[309] *Tentamen*, XI §11, in **[14]** vol.1 p.219.

Nous pouvons trouver dans ces espèces l'une des trois dispositions de *mi contra fa*[310], encore courante à l'époque baroque, sous ces formes par exemple :



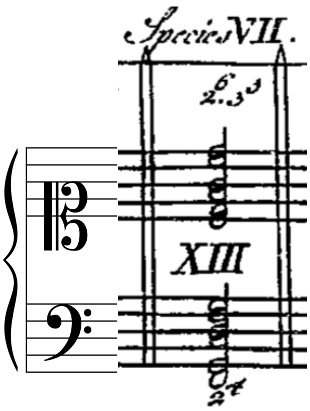
Euler verticalise ainsi une rencontre issue de l'horizontalité contrapuntique.

Genre VII : $2^m \times 3^3$



Remarquons tout de suite que ces espèces sont notées, par erreur, comme étant du huitième genre ; la présentation d'une cinquième espèce dépassant le douzième degré d'agrément nous le confirme :

[310] C'est-à-dire la superposition d'une note solmisée *mi* et d'une autre solmisée *fa*. Nous en rencontrons trois formes, deux sont présentées dans ce travail (cf. ci-dessus et pp.116-118), la troisième correspond au triton, mi-si *b* par exemple.



Les dispositions évoquent des agrégats pentatoniques défectifs, difficilement utilisables en musique tonale stricte. Il faut donc voir ce genre comme un enrichissement du cinquième, produisant des accords de septième de dominante avec retard de la sensible, bien qu'une lecture verticale de ces accords ne soit pas en accord avec la pratique. Euler déclare que ces accords sont « plus supportables, et peuvent être placés avec beaucoup d'agrément entre des accords plus simples »[311]. Il fait également référence dans cette phrase aux accords du genre suivant.

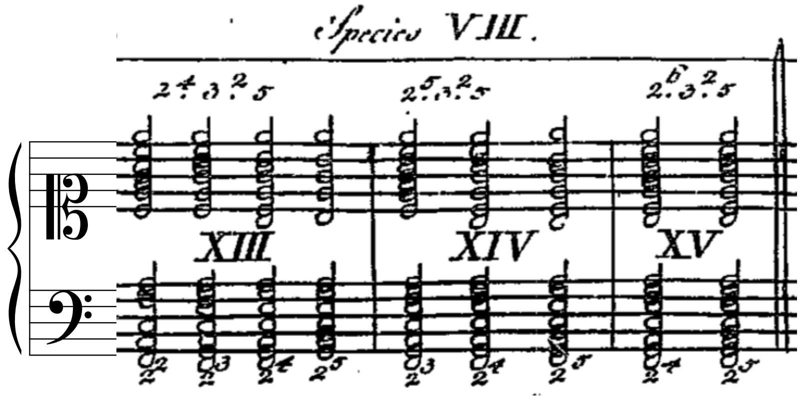
Genre VIII : $2^m \times 3^2 \times 5$

Ce genre produit des accords de septièmes et neuvièmes d'espèces avec leurs renversements, tout à fait usités, du moment qu'ils sont dûment préparés et résolus, ce que laissait probablement entendre le commentaire eulérien sus-cité.

---

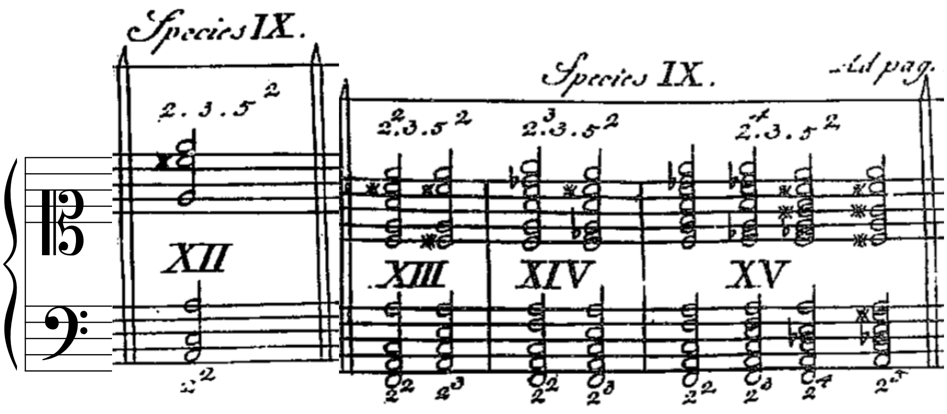
[311] *Tentamen*, XI §19, in **[14]** vol.1 p.222.

Des espèces plus composées sont également proposées :



L'ajout de sons permet encore plus de souplesse dans l'utilisation de septièmes ou de neuvièmes.

Genre IX : $2^m \times 3 \times 5^2$



Une seule espèce appartient au douzième degré, les autres sont au-dessus, ce qui fait dire à Euler qu'ils « ne peuvent être employés qu'avec la plus grande circonspection »[312]. En effet la cohabitation du do # avec le ré *b*, qui lui aussi côtoie le sol # semble présenter de nombreux risques. Mais l'espèce du treizième degré renferme un nouveau *mi contra fa*, tout à fait usité deux siècles plus tôt. En voici un exemple chez Johann Walter, le cantor de Luther, dans son *Durch Adams Fall ist ganz verderbt* à cinq voix du *Geistlich Gesangbuch* de 1524[313] :

[312] Ibid.
[313] WALTER Johann, *Publikation älterer praktischer und theoretischer Musik-Werke*, *7. Band,* (*Publication d'anciennes œuvres musicales pratiques et théoriques, vol.7*) Berlin, T. Trautwein'sche Buch-

Ce qui est intéressant encore une fois, c'est qu'Euler justifie par l'harmonie verticale ce que les règles de proximités contrapuntiques ont produit. Cet exemple est d'autant plus remarquable qu'il est mentionné par Euler au chapitre XIII[314] :

und Musikalienhandlung, 1878. En ligne : http://ks4.imslp.info/files/imglnks/usimg/a/a3/IMSLP271607-PMLP440240-WalterJoh_Durch_Adams_fall_SATVB.pdf.

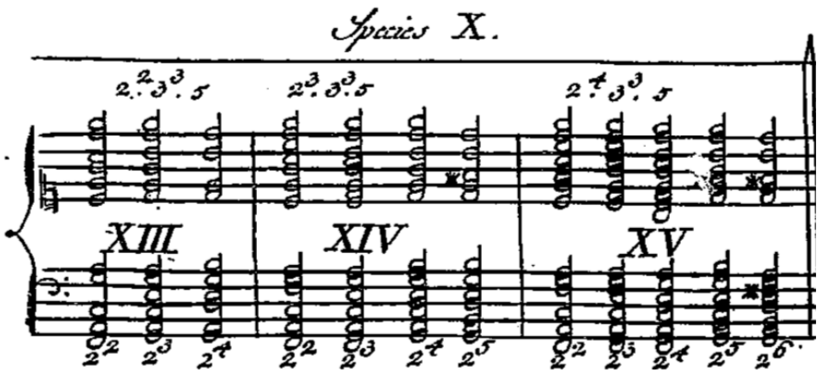
[314] *Tentamen*, XIII §4, in **[14]** vol.1 p.242.

> Il est prouvé par nos systèmes que - sans enfreindre les règles de l'harmonie - la voix supérieure d'un morceau de musique peut employer des intervalles majeurs, pendant que la voix inférieure du même morceau se sert d'intervalles mineurs. Par exemple [...] dans les deux octaves inférieures se trouve[raient] les notes F et *f*, tandis que, dans les deux octaves supérieures, elles s[eraient] remplacées par $\bar{f}s$ et $\bar{\bar{f}}s$; ce qui, aux yeux des musiciens peu instruits, pourrait paraître une faute énorme.

Les audaces empiriques se trouvent ainsi validées par les principes eulériens de l'harmonie.

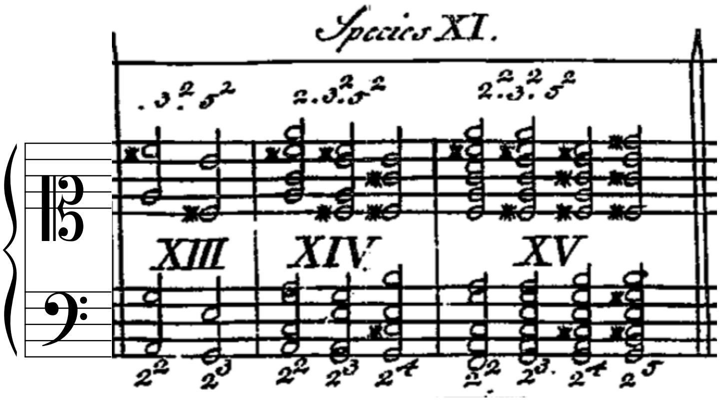
Genre X : $2^m \times 3^3 \times 5$

Ce genre produit à la fois des accords de septième de dominante avec retard et de nouvelles septièmes et neuvièmes d'espèces, notamment avec les espèces supérieures en agrément :



Euler parle d'une « trop grande dureté »[315], pourtant ces accords ne sont pas si éloignés de ceux du huitième genre, et se rencontrent dans la musique, assortis des précautions d'usages qui leur sont inhérentes.

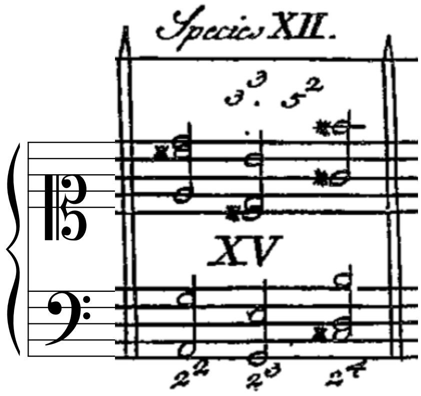
Genre XI : $2^m \times 3^2 \times 5^2$



Ce genre ne présente pas d'espèce en dessous du treizième degré d'agrément, c'est pourquoi Euler les regarde comme des « dissonances »[316]. Nous y trouvons la septième de dominante - avec ses renversements et ses positions sans fondamentale bien sûr - ainsi que l'accord de septième et quinte diminuée. Il est vrai que ces accords sont assez forts, mais pas moins usités que ceux qui les précèdent, en particulier le premier renversement de la septième de dominante ($\begin{smallmatrix}6\\ \not{5}\end{smallmatrix}$), le deuxième sans fondamentale ($\begin{smallmatrix}+6\\ 3\end{smallmatrix}$) et le troisième (+4), ce qui nous poussent à relativiser le classement eulérien.

[315] *Tentamen*, XI §19, in **[14]** vol.1 p.222.
[316] Ibid.

Genre XII : $2^m \times 3^3 \times 5^2$



Euler ne donne qu'une espèce de ce genre, ne produisant qu'une septième de dominante assortie de son retard de quarte, et deux accords de septième et quinte diminuée en position de deuxième renversement (${}^{\;3}_{+4}$). Ce sont les derniers exemples d'accords proposés dans le *Tentamen*, avec un grand oublié comme nous l'avons déjà vu dans les limites du degré d'agrément : l'accord de septième diminuée et ses renversements[317].

Le chapitre X de l'essai se finit sur des conseils de réalisation de la « basse continue »[318], toutefois, il ne s'agit que de considérations hélas bien théoriques et invalidées par la pratique sur la manière de disposer verticalement un accord. Euler établit des règles afin de définir les positions euphoniques de chaque intervalle, puis il les généralise à la formation d'accords. Elles peuvent se résumer ainsi[319] : les notes qui correspondent aux premiers harmoniques doivent être éloignées de la basse, et occuper la place qu'ils ont dans le spectre ; au contraire, les autres intervalles comme la quarte, la tierce mineure, la septième mineure[320], le ton mineur et les demi-tons doivent être le plus proches possible de la basse. S'il est vrai que les positions aérées, proche du spectre ont une sonorité plus large, placer les dissonances - notamment la quarte et le demi-ton - proches de la basse lorsqu'il s'agit d'une note réelle est plutôt déconseillé. Nous ne reproduisons donc pas le tableau récapitulatif proposé dans le *Tentamen*.

---

[317] Cf. pp.61-62.
[318] *Tentamen*, XI §20, in **[14]** vol.1 p.222.
[319] Nous synthétisons *Tentamen*, XI §21-23, in **[14]** vol.1 p.222-223.
[320] Il s'agit bien de la septième mineure, différente de la septième naturelle qui a sa place dans le spectre.

Les modes

Définition

Euler définit le mode comme étant « l'exposant d'une série d'accord »[321], c'est-à-dire la représentation numérique de l'ensemble des sons contenus dans l'enchaînement de plusieurs accords. Ainsi, le mode correspond à l'échelle d'une période s'étalant d'un accord initial à un accord final, ce qui correspond au sens que les musiciens attribuent à ce mot. Comme il est de nouveau question de la génération d'un ensemble de sons contenu dans une octave, Euler réemploie la formule maintenant bien familière de l'exposant : $2^m A$, avec m entier quelconque et A entier naturel impair.

L'échelle s'établit au sein de l'ensemble acoustique qui la contient, c'est pourquoi l'exposant du mode doit être compris dans celui du genre diatonico-chromatique. Nous définissons donc un mode de la même manière qu'un genre d'accords, tel que : $2^m \times A$ divise : $2^m \times 3^3 \times 5^2$.

Euler rejette les exposants trop simples, qui ne présentent « pas assez de variété »[322], pour n'en retenir que six[323] :

I. $2^n \cdot 3^3$	IV. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$
II. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	V. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$
III. $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	VI. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$

Nous pouvons nous faire une idée de ces modes en se rapportant aux genres VII, VIII, IX, XII, XIII et XVIII[324]. Notons que l'exposant définit une échelle mais aucun pôle, chaque note pouvant être désignée comme étant la finale du mode.

---

[321] *Tentamen*, XII §2, in **[14]** vol.1 p.227.
[322] Ibid.
[323] *Tentamen*, XII §3, in **[14]** vol.1 p.227. La qualité de l'image n'étant pas excellente, nous précisons qu'il s'agit bien de : $2^m \cdot 3^3$; $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$; $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$; $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$; $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$; $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$. Euler remplace *m* par *n* sans raison apparente, *n* restant un entier quelconque. Pour plus de cohérence, nous conservons *m*.
[324] Cf. pp.76-77, 78-81 et 84.

Le premier mode est donc pentatonique défectif, constitué de deux tons majeurs à distance de quinte. Le deuxième est une échelle diatonique elle aussi défective, et le troisième présente trois demi-tons à distance de tierce majeure[325]. Euler nous dit qu'ils sont « trop simples » mais qu' « ils pourraient encore être employés dans le plain-chant et pour des mélodies faciles »[326]. Nous savons que la musique savante de son temps ne les a pas adoptés.

Les quatrième, cinquième et sixième modes correspondent mieux à l'usage de la musique du XVIII^e^ siècle, ce que le paragraphe suivant explicite[327] :

> Les trois autres modes embrassent toute la musique moderne ; car tous ceux dont les musiciens se servent n'en sont que des espèces. Celui que les musiciens appellent mode dur ou majeur appartient à notre quatrième mode ; et celui qu'ils nomment mol ou mineur est compris dans notre cinquième. Les musiciens d'aujourd'hui emploient d'ordinaire dans leurs œuvres un mode composé du majeur et du mineur, et qui se rapporte à notre sixième ; c'est donc principalement ce dernier qu'il faut considérer pour les compositions musicales de nos jours.

Ainsi, les deux modes caractéristiques de la musique tonale - le majeur et le mineur - se trouvent représentés, l'un dans le mode IV, l'autre dans le mode V, et tous les deux à la fois dans le mode VI. S'il est vrai que le quatrième mode - dont l'échelle est diatonique avec un chromatisme - comprend le mode majeur, le cinquième - malgré tous nos efforts - ne semble pas contenir le mode mineur, comme nous le détaillerons plus bas. Au reste, l'échelle chromatique à douze sons du sixième mode renferme bien le mineur et le majeur.

Une fois le mode défini, Euler déclare qu'il faut en préciser l' « espèce »[328]. Il s'agit - comme nous l'avons vu pour les genres d'accords[329] - de choisir une valeur pour *m*. Par exemple : $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$, est une espèce du genre IV, d'exposant : $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$. Concrètement,

---

325 Nous simplifions l'expression en négligeant les subtilités intervalliques.
326 *Tentamen*, XII §5, in **[14]** vol.1 p.228.
327 *Tentamen*, XII §6, in **[14]** vol.1 p.228.
328 *Tentamen*, XII §12, in **[14]** vol.1 p.231.
329 Cf. p.109.

cela se traduit par la détermination exacte du nombre de sons contenus dans l'ensemble considéré, et donc par conséquent de son étendue. Ainsi, plus m est grand, plus l'espèce sera fournie.

L'élévation de m a aussi une conséquence sur le degré d'agrément. L'espèce la plus simple correspond à : $m = 0$, le degré d'agrément s'élève d'autant que la valeur de m. Il ne faut toutefois pas trop accorder d'importance à ce phénomène qui ne fait que relater l'enrichissement progressif de l'étendue de l'échelle, et plutôt s'intéresser au fait que le seul paramètre qui peut limiter la grandeur de m est la largeur du registre où les sons s'expriment. Euler le définit comme étant « ordinairement quatre octaves »[330], du do_1 au do_5.

Il reste donc à fixer l'étendue théorique de l'espèce dans le registre, pour cela, Euler définit la notion de « système [d'une] espèce »[331]. La détermination du système correspond au choix d'une valeur pour F, c'est-à-dire le fa_1. Rappelons que F correspond au son fondamental primitif dans tout le *Tentamen*, c'est pourquoi il n'est représenté que par des puissances de 2. Ainsi, nous pouvons déplacer l'échelle d'une ou plusieurs octaves vers le grave en décidant de faire correspondre F au son 1, ou au son 2, ou au 4 etc.

Afin que ces notions soient bien comprises, nous proposons un petit résumé des termes techniques employés jusque-là. Au sein d'un genre, il est possible de déterminer un mode, d'en préciser l'espèce et d'en fixer le système. En d'autres termes, au sein d'un ensemble de sons ayant entre eux des relations de fréquences bien précises, il est possible d'en choisir certains afin de former une échelle, puis de préciser l'étendue de cette échelle avant de la fixer dans le registre. Il faut bien voir que le genre et le mode sont théoriquement infinis, et que l'espèce leur impose une première restriction, quand le système, lui, définit des hauteurs fixes. Aussi pouvons-nous décrire le genre comme un ensemble de relations intervalliques, le mode comme une échelle, l'espèce comme un ambitus, et le système comme une tessiture[332].

---

330 *Tentamen*, XII §16, in **[14]** vol.1 p.232.
331 Ibid.
332 Si nous filons la métaphore de l'escalier esquissée au chapitre sur les genres (p.69 note 153), nous considérons le genre comme un escalier infini, le mode comme un trajet sur ses marches, l'espèce comme un nombre de marche, une distance, et le système comme une section de cet escalier, définissant une marche de départ précise, et par conséquent aussi une marche d'arrivée.

Nous proposons de détailler la formation du système de l'espèce $2^2 \cdot 3^3$ du mode d'exposant $2^m \cdot 3^3$, pour : $\mathrm{F} = 4$. L'ensemble des diviseurs de l'exposant de cette espèce est :

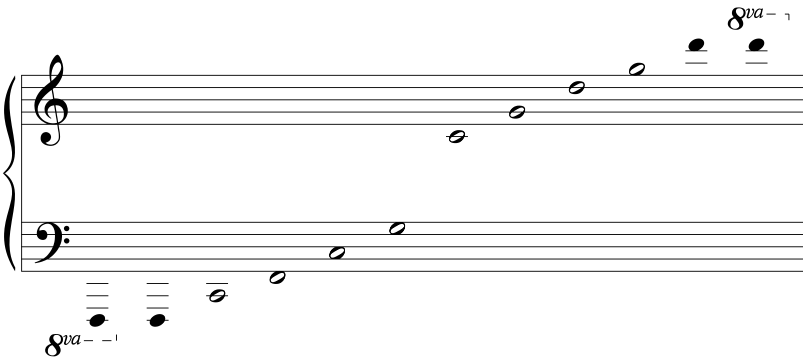
$$\{1\,;2\,;3\,;4\,;6\,;9\,;12\,;18\,;27\,;36\,;54\,;108\}$$

Les sons de cette espèce sont donc représentés par :

$$1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54 : 108$$

Si nous prenons : $\mathrm{F} = 1$, nous obtenons :

Rappelons que le registre est limité par Euler à quatre octaves, entre le do_1 et le do_5. Dans le cas présent, cinq notes sont donc hors limites, dont tous les ré. Or, pour représenter convenablement une espèce du mode d'exposant $2^m A$, il faut que tous les sons contenus dans A soient représentés, sinon il s'agira d'un mode inférieur (dans notre exemple : $2^m \cdot 3^2$). Si : $\mathrm{F} = 2$, le problème est le même. Nous devons donc prendre : $\mathrm{F} = 4$, dernière valeur possible puisqu'il correspond à la puissance de 2 de notre espèce. Ce qui donne[333] :

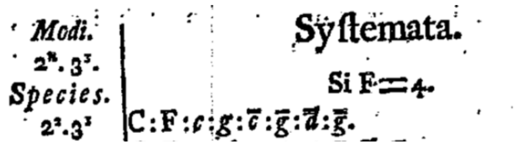


[333] Les notes noires correspondent aux sons hors limites.

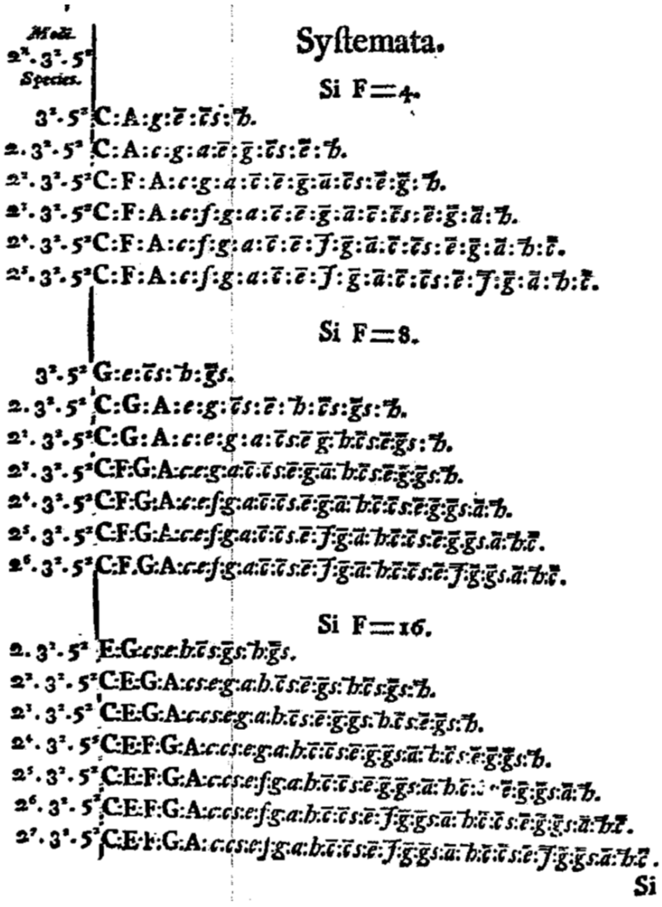
En lettres :

$$\mathrm{C} : \mathrm{F} : c : g : \bar{c} : \bar{g} : \bar{\bar{d}} : \bar{\bar{g}}$$

Ce qui correspond bien au résultat indiqué par Euler[334] :



Euler donne un tableau détaillé de tous les systèmes possibles pour chaque espèce de chaque mode, exposant ainsi que « les six modes embrassent ensemble 229 systèmes différents »[335]. Le *Tentamen* est rempli de ce type de tableau, qui démontre - outre la puissance de calcul de son auteur - la volonté de notre géomètre à rendre applicable sa théorie par les musiciens, auxquels il fait grâce de tout calcul. Voici la partie concernant le cinquième mode :



[334] *Tentamen*, XII §19, in **[14]** vol.1 p.233.
[335] *Tentamen*, XII §23, in **[14]** vol.1 p.238.

Si F = 32.

$2^2.3^2.5^2$ | Cs:E:G:H:cs:e:gs:h:cs:gs:h:ds:gs:
$2^3.3^2.5^2$ | C:E:G:A:H:cs:e:g:gs:h:cs:e:gs:h:cs:ds:gs:h.
$2^4.3^2.5^2$ | C:E:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:cs:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h.
$2^5.3^2.5^2$ | C:E:F:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs.a:h:cs:ds:e:g:gs:h.
$2^6.3^2.5^2$ | C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h.
$2^7.3^2.5^2$ | C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs.a:h:c.
$2^8.3^2.5^2$ | C:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c.

Si F = 64.

$2^3.3^2.5^2$ | Cs:E:G:Gs:H:cs:e:gs:h:cs:ds:gs:h:ds:gs.
$2^4.3^2.5^2$ | C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h.
$2^5.3^2.5^2$ | C:Cs:E.G.Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:h:cs:ds:e:g:gs.h:cs:ds:e:gs:h.
$2^6.3^2.5^2$ | C:Cs:E.F:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h.
$2^7.3^2.5^2$ | C:Cs.E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:g:gs:a:h.
$2^8.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c.
$2^9.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a.h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c.

Si F = 128.

$2^4.3^2.5^2$ | Cs:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs:ds.gs:h:ds:gs.
$2^5.3^2.5^2$ | C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs.ds:gs:h.
$2^6.3^2.5^2$ | C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h.
$2^7.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h.
$2^8.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e.f:g:gs:a:h:c:cs:ds.e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h.
$2^9.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs.ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c.
$2^{10}.3^2.5^2$ | C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs.a:h:c.

Si F = 256.

$2^5.3^2.5^2$ | Cs:Ds:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs:g:gs:h.ds:gs.
$2^6.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h:cs:ds:gs:h.
$2^7.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h:cs:ds:e:gs:h.
$2^8.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs:ds:e:g:gs:h.
$2^9.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h.
$2^{10}.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c.
$2^{11}.3^2.5^2$ | C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c.

Nous reproduisons ceci pour illustrer ce que nous annoncions plus haut, à savoir que ce mode ne renferme pas le mineur. En effet, même en cherchant parmi tous les systèmes proposés, nous ne trouvons qu'un éventuel la mineur avec sous-dominante haussée[336], ou encore un mi mineur napolitain, échelles bien compliquées pour représenter le mode mineur de l'époque, hérité du mode dorien ; nouveau bémol à la théorie eulérienne[337].

---

[336] Au chapitre XIV, on apprend que c'est bel et bien la mineur (« A mol », *Tentamen*, XIV §10, in **[14]** vol.1 p.278) qu'Euler inclut dans ce mode.

[337] Le lecteur peut aussi se reporter à la représentation de l'octave élémentaire du treizième genre - qui partage l'exposant du cinquième mode - pour constater ce problème (p.81).

Le but de notre géomètre est clair, il s'agit d'offrir des préceptes valables de composition pour « former un concert de musique »[338], et non de développer une méthode d'analyse à appliquer aux œuvres musicales. Nous reproduisons le dernier paragraphe du douzième chapitre[339] :

> §. 24. Qui formas omnium horum ſyſtematum attentius contemplabitur, obſeruauit in quolibet eorum interualla diapaſon diuerſimode ſonis eſſe referta, exceptis ultimis cuiusque modi ſyſtematis, quorum ſingulae octauae omnes modi ſonos primitiuos continent, atque aequali ſonorum numero ſunt repletae. Alia autem ſyſtemata in infima octaua alia in mediis alia in ſuprema ſonis magis ſunt repleta, ex quo maxime idoneum ſyſtema pro dato concentu eligi poterit. Qui enim baſſo primarias partes in modulatione tribuere velit, ſyſtemate habet opus, in cuius infimis octauis ſoni frequentiſſime occurrant, contra vero ſyſtema, in quo ſupremae octauae ſonis maxime ſunt refertae, adhibebit, qui in diſcantu maximam varietatem collocare ſtudet. Tandem etiam qui in mediis vocibus ſummam vim conſtituit, inueniet pari modo ſyſtemata ad inſtitutum accommodata. Maximum autem hoc in modis diſcrimen hodierni muſici iam quodammodo animaduertiſſe videntur, experientia potius quam theoria ducti; quare haec noſtra enumeratio ipſis non parum ſubſidii afferet, ex qua diſtincte perſpicient, quod ante tantum confuſe erant ſuſpicati.

En considérant avec attention les formes de tous ces systèmes, on remarquera que dans chacun les intervalles d'octave se composent de sons différents, à l'exception des derniers systèmes de chaque mode dont toutes les octaves contiennent tous les sons primitifs du mode et se composent d'un nombre égal de sons. Les autres systèmes contiennent plus de sons, les uns dans l'octave inférieure, d'autres dans celles du milieu, d'autres dans l'octave supérieure. On pourra donc choisir entre tous ces systèmes celui qui convient le mieux à un chant proposé. Quand on voudra

[338] *Tentamen*, XII §1, in **[14]** vol.1 p.227.
[339] *Tentamen*, XII §24, in **[14]** vol.1 p.239.

> attribuer la partie principale à la basse, on aura besoin d'un système dont les octaves inférieures soient bien fournies de sons ; on emploiera un système opposé si l'on cherche à mettre la plus grande variété dans le dessus. Enfin, celui qui veut faire ressortir les voix moyennes trouvera également des systèmes propres au but qu'il se propose. Les musiciens modernes, guidés par l'expérience plutôt que par la théorie, paraissent avoir remarqué en quelque sorte cette grande différence entre les modes ; l'examen que nous venons de faire leur sera donc d'un grand secours en ce qu'il leur montrera clairement ce que, jusqu'ici, ils n'ont fait que soupçonner.

La méthode est claire - bien que tout de même assez compliquée - et toujours dans l'objectif de correspondre à de vrais objets musicaux. Euler prodigue d'autres conseils quant à « la manière de composer »[340].

Au début du chapitre XIII, il nous dit qu' « il faut diviser une œuvre [...] en plusieurs parties, dont chacune possède un exposant plus simple et plus facile à apprécier que celui de l'œuvre entière »[341]. Il s'agit donc de disposer une forme musicale qui n'est pas unifiée en termes de mode, mais est issue de la réunion de différentes parties, chacune caractérisée précisément. L'exposant devient alors un outil pour contrôler la construction à grande échelle.

Chaque partie doit donc être élaborée avec le plus grand soin dans le cadre d'un mode donné. Le compositeur choisit d'abord le mode, puis une espèce, puis l' « un des systèmes de ce mode »[342], il sait alors quels sons il peut employer « sans enfreindre les règles de l'harmonie »[343].

---

[340] *Tentamen*, XIII §1, in **[14]** vol.1 p.241.
[341] Ibid.
[342] *Tentamen*, XIII §2, in **[14]** vol.1 p.241.
[343] *Tentamen*, XIII §4, in **[14]** vol.1 p.242.

Le contrôle des accords doit se faire en considérant les espèces employées, ce qui définit deux types de compositions[344] :

> Nous appellerons donc ici composition simple celle qui ne comprend que des accords de la même espèce ou exprimés par le même exposant, et composition mixte celle dont les accords sont d'espèces différentes.

Euler donne comme exemple de composition simple celle « à une voix »[345], puisque l'absence d'accord équivaut à l'unisson et donc toujours au même exposant : 1. À part ce cas, il apparaît évident que la composition sera presque tout le temps mixte. Dans ce cas, il faut étudier les enchaînements des différents accords afin de remarquer « les successions qui seraient trop difficiles à saisir »[346] et ne pas les utiliser. Comme il va de soi que cette méthode ne parle pas au musicien dont la formation enseigne une toute autre méthode, plus pratique, Euler donne de nouveau une table monumentale, assortie d'une notice d'utilisation pour lui faire produire encore plus de résultats, où le compositeur peut repérer la composition des accords[347].

Nous proposons d'aborder un dernier conseil de composition, de meilleur aloi car il correspond à une véritable règle musicale pratique. Il s'agit d' « épuiser » l'exposant du mode afin de « faciliter l'appréciation de l'harmonie »[348], c'est-à-dire de privilégier la variété des accords, et d'énoncer le maximum de notes du mode pour le caractériser. Euler ajoute[349] :

> Ce que nous venons de recommander pour une partie quelconque de la composition doit principalement être observé dans la première partie, afin que l'auditeur puisse dès l'abord connaître l'exposant du système. Ainsi, on doit employer dans cette première partie des accords tels que l'exposant de leur ensemble épuise celui du système ; et cette règle doit également être suivie

---

[344] *Tentamen*, XIII §5, in **[14]** vol.1 p.242.
[345] *Tentamen*, XIII §6, in **[14]** vol.1 p.242.
[346] *Tentamen*, XIII §8, in **[14]** vol.1 p.243.
[347] *Tentamen*, XIII §10-24, in **[14]** vol.1 pp.243-272.
[348] *Tentamen*, VI §30, in **[14]** vol.1 p.161.
[349] *Tentamen*, XIII §27, in **[14]** vol.1 p.273.

> dans la dernière partie de la composition, afin que là aussi se trouve indiqué le système dans lequel elle a été faite.

Ce paragraphe énonce le principe d'affirmation de la tonalité, qui a lieu par l'enchaînement de la dominante et de la tonique pour ouvrir un morceau, mais aussi et surtout pour le clore, au moyen de la cadence parfaite. C'est la première fois que la notion de tonalité apparaît clairement dans l'essai.

Euler considère enfin que « si on employait trop longtemps le même système, on ferait naître l'ennui plutôt que le plaisir »[350], ouvrant la porte à la nécessité de moduler, ce qui nous amène au chapitre suivant.

[350] *Tentamen*, XIV §1, in **[14]** vol.1 p.275.

Modulation

La modulation est abordée en premier lieu par les « variations de mode »[351], ce qui correspond à la transposition d'une échelle - sans qu'elle ne subissent aucune altération - sur un autre pôle. Le but de la modulation est de faire « naître la plus grande variété dans la musique »[352].

Pour transposer un mode, il suffit de joindre « des indices aux exposants »[353], indices composés des chiffres 3 et 5 représentant respectivement la quinte et la tierce majeure. Par exemple : $2^m \cdot 3^3$ (3), est une variation du premier mode. Comme F est le son de base des modes, cette variation a pour base C, c'est une modulation à la dominante.

Toutefois, la modulation doit se faire dans le cadre de l'extension du genre diatonico-chromatique, sinon elle devient « contraire à l'harmonie » et « inadmissible »[354]. C'est-à-dire que l'ajout d'indice peut se faire du moment que le nouvel exposant divise toujours celui du genre diatonico-chromatique étendu : $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$. Rappelons que l'indice a pour effet d'augmenter les puissances des facteurs de l'exposant, dans l'exemple précédent : $2^m \cdot 3^3$ (3) doit être lu comme : $2^m \cdot 3^3 \times 3$. Ainsi, la variation maximale qu'il peut subir est celle-ci : $2^m \cdot 3^3$ ($3^4 \cdot 5^2$), ce qui le place sur mi #, modulation assez peu commune.

Euler définit deux types de variations, les « pures » et les « impures »[355]. Celle qui produit un exposant divisant celui du genre diatonico-chromatique est du premier type, celle qui s'inscrit dans l'exposant de l'extension de ce genre est du deuxième. Par exemple, la variation du troisième mode : $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$ (3), est pure car son exposant divise : $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$. En revanche la variation : $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$ (3^5), est impure car elle dépasse l'exposant du genre diatonico-chromatique, mais divise celui de son extension : $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$.

---

[351] *Tentamen*, XII §7, in **[14]** vol.1 p.229.
[352] *Tentamen*, XIV §2, in **[14]** vol.1 p.275.
[353] *Tentamen*, XIV §9, in **[14]** vol.1 p.277. Pour la notion d'indice, voir pp.53-57 et 108.
[354] *Tentamen*, XII §8, in **[14]** vol.1 p.229.
[355] Ibid.

La fin du *Tentamen* est consacrée à une étude détaillée de la modulation dans le cadre de la tonalité. Euler représente le mode majeur par l'exposant de son quatrième mode : $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$, et le mode mineur par celui de son cinquième : $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$. Étant donné qu'il s'est fixé fa comme son primitif, son quatrième mode initial est do majeur, l'échelle de cette tonalité étant bien contenue dans l'exposant correspondant. Son cinquième mode initial est la mineur, malgré les réserves que nous avons formulées à ce sujet[356].

Dans la limite du genre diatonico-chromatique étendu, Euler trouve les variations suivantes pour do majeur[357] :

Modi Duri.

$2^n . 3^3 . 5\,(2^m)$	Modus C durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3)$	Modus G durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 5)$	Modus E durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^2)$	Modus D durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3\ \ 5)$	Modus H durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^3)$	Modus A durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^2 . 5)$	Modus Fs durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^4)$	Modus E durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^3 . 5)$	Modus Cs durus.
$2^n . 3^3 . 5\,(2^m . 3^4 . 5)$	Modus Gs durus.

Il s'agit donc de sol, ré, la, mi, si, fa #, do # et sol # majeur. Nous remarquons dans le tableau la double occurrence de mi majeur, obtenue d'abord comme tierce majeure pure, puis comme superposition de quatre quintes. Il va sans dire que ce sont deux résultats bien différents : en effet, il y a un comma syntonique de différence entre leurs toniques respectives, ce qui conduit Euler à limiter l'étude des modulations au sein de l'exposant $2^m \cdot 3^4 \cdot 5^2$ dans la suite du chapitre[358]. Remarquons qu'en prenant la *b* comme son

---

[356] Voir la fin de la partie précédente pp.125-126. Il est néanmoins intéressant de remarquer que l'exposant du mode mineur est plus complexe que celui du mode majeur, et par conséquent plus apte à exciter les passions. Cette caractérisation des deux modes nous paraît fort intéressante, et plus profonde que le vieux refrain d'un majeur gai opposé à un mineur triste.
[357] *Tentamen*, XIV §9, in **[14]** vol.1 p.277.
[358] *Tentamen*, XIV §13, in **[14]** vol.1 p.279.

primitif à la place de fa, nous obtenons les tonalités de mi *b*, si *b*, fa, do, sol, ré, la, mi et si majeur, plus en accord avec la pratique du temps d'Euler[359].

Toujours dans l'extension du genre diatonico-chromatique, les variations pour la mineur sont[360] :

Modi molles.

$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m)$	Modus A mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3)$	Modus E mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3^2)$	Modus H mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3^3)$	Modus Fs mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3^4)$	Modus Cs mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2 (2^m \cdot 3^5)$	Modus Gs mollis.

Il s'agit de mi, si, fa #, do # et sol # mineur. Là encore, l'emploi du la *b* comme son primitif permet de générer les tonalités de do, sol, ré, la, mi et si mineur, plus usités que les trois dernières du tableau.

Euler ne s'arrête pas là, cette énumération de variations possibles n'ayant en soi que le seul intérêt d'indiquer quelles tonalités peuvent être employées dans le genre diatonico-chromatique, pris comme tempérament avec fa comme son primitif. Il propose en effet de théoriser les relations possibles d'une tonalité à une autre, en d'autres termes les modulations licites et illicites à partir d'une tonalité donnée. Sa méthode est la suivante[361] :

§. 16. Hinc intelligitur binos modos ſe inuicem ſubſequentes ita eſſe oportere comparatos, vt vnam pluresue conſonantias inter ſe habeant communes. Quando enim ad talem conſonantiam, quae vtrique modo communis eſt, peruenitur, tum commode prior modus finiri, poſterior vero inchoari poterit, neque ſaltus ſeu lacuna intolerabilis hoc pacto ſentietur. Praeterea etiam pauſa interpoſita, vel principali operis parte finita nouus modus incipi poteſt; tum enim pauſa conſonantiae communis locum implere cenſetur.

---

359 Nous savons bien qu'il s'agit d'un raisonnement tout à fait spécieux, fa étant le son primitif par excellence, mais nous cherchons à mettre en évidence que beaucoup des résultats du *Tentamen* sont conditionnés par le fait que le genre diatonico-chromatique basé sur fa induit un tempérament tout en dièses.

360 *Tentamen*, XIV §9, in **[14]** vol.1 p.277.

361 *Tentamen*, XIV §16, in **[14]** vol.1 pp.279-280.

> Il suit de là que deux tons qui se suivent doivent être dans un rapport tel qu'ils aient un ou plusieurs accords communs. En effet, lorsqu'on sera arrivé à un accord commun aux deux tons, alors le premier ton pourra finir et l'autre commencer sans que l'on s'aperçoive d'un saut ou d'une lacune qui serait insupportable. On peut aussi commencer un nouveau ton après la fin d'une partie principale de l'œuvre ou après une pause ; car la pause est censée remplacer l'accord commun aux deux tons.

Nous pouvons louer l'exactitude musicale de ces propos, et constater que la technique eulérienne se base sur le principe de l'accord pivot.

Comme nous l'avons annoncé au paragraphe sur les variations du mode majeur, les modulations seront étudiées dans la limite de l'exposant $2^m \cdot 3^4 \cdot 5^2$, ce qui produit les résultats suivant pour le majeur et le mineur[362] :

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5\,(2^m)$	Modus C durus.
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5\,(2^m \cdot 3)$	Modus G durus.
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5\,(2^m \cdot 5)$	Modus E durus
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5\,(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	Modus H durus.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2\,(2^m)$	Modus A mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2\,(2^m \cdot 3)$	Modus E mollis.
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2\,(2^m \cdot 3^2)$	Modus H mollis.

Il est important de voir ces tonalités non pas comme fixes, mais bien pour les relations qu'elles présentent entre elles, comme le précise Euler au paragraphe 13[363] :

> Celui qui veut examiner la musique sous ce point de vue ne doit pas considérer les permutations de modes de manière absolue, mais il faut qu'il ait égard à la relation mutuelle de ces modes et qu'il la compare avec celle des modes dont nous nous occupons ici.

---

[362] *Tentamen*, XIV §14, in **[14]** vol.1 p.279.
[363] *Tentamen*, XIV §13, in **[14]** vol.1 p.279.

Ainsi, il s'agit de représenter différentes modulations, que nous détaillons dans le tableau suivant :

Modulation	M vers M	M vers m	m vers M	m vers m
à l'homonyme		X	X	
au demi-ton inférieur	X	X		
au demi-ton supérieur	X		X	
au ton inférieur		X	X	X
au ton supérieur		X	X	X
à la tierce mineure inférieure	X	X		
à la tierce mineure supérieure	X		X	
à la tierce majeure inférieure	X		X	
à la tierce majeure supérieure	X	X		
à la sous-dominante	X	X	X	X
à la dominante	X	X	X	X

Euler analyse toutes ces relations de tonalités en observant le nombre d'accords parfaits qu'elles partagent[364] :

> Il faut examiner quels sont les tons qui ont des triades communes et quels sont ceux qui en ont moins que d'autres afin de savoir à quels tons on peut s'adresser pour passer d'un ton à un autre.

Si elles en ont deux, la modulation se fait facilement de l'une à l'autre ; dans le cas où un seul accord commun existe, la modulation est plus difficile ; il n'est pas possible de moduler directement dans une tonalité qui ne présente aucun accord commun.

---

[364] *Tentamen*, XIV §17, in **[14]** vol.1 p.280.

Les résultats se trouvent résumés sous forme de tableau[365] :

	C dur.	G dur.	E dur.	H dur.	A moll.	E moll.	H moll.
C dur.	—	facilis	nullus	nullus	facilis	facilis	difficilis
G dur.	facilis	—	nullus	nullus	difficilis	facilis	facilis
E dur.	nullus	nullus	—	facilis	facilis	facilis	difficilis
H dur.	nullus	nullus	facilis	—	difficilis	facilis	facilis
A moll.	facilis	difficilis	facilis	difficilis	—	facilis	nullus
E moll.	facilis	facilis	facilis	facilis	facilis	—	facilis
H moll.	difficilis	facilis	difficilis	facilis	nullus	facilis	—

Rappelons qu'il ne faut pas lire ce tableau en considérant le nom des tonalités, mais leurs relations.

Euler démontre donc que la modulation à la dominante est facile, moins dans le cas d'une tonalité majeure vers une tonalité mineure ; celle à la sous-dominante l'est tout autant, moins du mineur vers le majeur ; les modulations à l'homonyme et au relatif sont elles aussi faciles ; enfin lorsqu'une tonalité majeure est à la tierce inférieure d'une tonalité mineure, il est possible de passer de l'une à l'autre dans les deux sens.

Les modulations difficiles sont celles au ton entre une tonalité majeure et une tonalité mineure et celle qui consiste à passer d'une tonalité mineure un demi-ton en-dessous d'une tonalité majeure. Toutes les autres modulations sont impossibles.

Ces résultats sont tout à fait en accord avec la pratique musicale du XVIIIe siècle, mais ne peuvent être envisagés que dans le cadre de la spéculation formelle, faisant l'impasse sur la manière de réaliser ces différentes modulations et sur le tempérament. Nous trouvons nonobstant des résultats identiques chez Rameau[366] :

> Après avoir commencé sa pièce par un certain ton, l'on peut passer à un autre qui soit une tierce, une quarte, une quinte, ou une sixte au-dessus ou en dessous.

---

[365] *Tentamen*, XIV §20, in **[14]** vol.1 p.282.
[366] **[29]** Livre troisième, chap.23 p.248.

Nous retrouvons les modulations à la tierce, la sous-dominante et la dominante, mais il précise un peu plus les choses pour ce dernier cas[367] :

> Lorsque dans le milieu d'une pièce l'on veut rendre note tonique la dominante d'un ton majeur, le ton de cette dominante doit être naturellement majeur, quoique l'on puisse le rendre quelquefois mineur, mais avec jugement ; & le ton de la dominante d'un ton mineur ne peut être que mineur.
>
> L'on peut bien transgresser ces règles, lorsque l'on est capable de juger de ce que l'on fait ; mais on doit toujours craindre de s'égarer ; & les plus habiles ne sont pas exempts de cette crainte.

Si nous comparons avec les recommandations eulérienne, la ressemblance est saisissante. Nous nous trouvons alors face au constat que la théorie eulérienne est frappée des sceaux de la rigueur et de l'exhaustivité, quand celle de Rameau laisse une plus grande place - non sans raison - à la pratique empirique des musiciens experts.

[367] Ibid.

Postérité

Les travaux d'Euler sont aujourd'hui assez méconnus. Nous pouvons aisément comprendre que ce qui les a fait tomber dans l'oubli est en premier lieu l'abandon de la théorie de la coïncidence des coups - sur laquelle tout le *Tentamen* se base - au profit de celle des sons partiels et des battements[368]. N'oublions pas non plus qu'elle présente tout de même quelques incohérences, comme nous l'avons fait apparaître.

Yves Hellegouarch donne quatre raison à l'insuccès de l'essai eulérien[369] : tout d'abord la négligence du côté pratique de la musique dont la légitimité est de plus en plus avancées au XVIII^e siècle, transformant la science des sons en un art des sons ; ensuite la focalisation sur l'intonation pure au clavier, à une époque où le tempérament lui est largement préféré[370] ; puis le fait que musiciens et scientifiques se sont progressivement éloignés, se spécialisant chacun dans leur domaine ; et enfin la rigidité de la construction eulérienne, qui n'aura pas échappé au lecteur.

N'oublions pas aussi que le XVIII^e siècle est le lieu d'une transformation radicale de la musique savante, tournant définitivement la page d'une pratique vieille de plus de trois siècles pour introduire une rhétorique nouvelle, des instruments nouveaux, des genres nouveaux et un univers sonore empreint de modernité. Il apparaît donc difficile pour un ouvrage tel que le *Tentamen* de survivre à cette révolution, et les travaux postérieurs d'Euler montrent qu'il cherche à s'adapter à cette « musique moderne »[371]. Seul Rameau semble avoir traversé cette crise sans encombre, jouissant d'une meilleure crédibilité du fait de son triple statut de *musicus*, *cantor* et *mélopoiétès*[372].

---

[368] Patrice Bailhache fait ce constat dans de nombreux articles, notamment dans celui de **[19]** pp.139-140.
[369] **[20]** pp.43-46.
[370] Hellegouarch parle de « l'hégémonie du tempérament égal » mais ses propos sont plus nuancés que cette appellation le laisse attendre, c'est pourquoi nous élargissons au tempérament en général.
[371] Euler utilise cette dénomination pour la musique d'après 1750, comme en témoigne le titre de son mémoire de 1766 : *Du véritable caractère de la musique moderne.*
[372] Cf. p.31.

Toutefois, l'étoile Leonhardus Eulerus n'a pas totalement cessé de briller sur le firmament de la théorie musicale. Le *Tonnetz* que nous lui devons[373] connaît encore des jours heureux, et le principe même du *suavitatis gradus* se retrouve dans la formule de la « mesure esthétique » de George David Birkhoff au début du XXe siècle[374]. Birkhoff propose de mesurer le degré esthétique d'un objet d'art par le rapport existant entre l'ordre et la complexité qu'il renferme. Les genres d'Euler ont également été étudiés par Adriaan Fokker dans le cadre de ses recherches sur la microtonalité à partir de 1942[375], conférant au *Tentamen* une modernité que même son auteur n'aurait osé soupçonner.

---

[373] Cf. p.92.
[374] BIRKHOFF George David, *Aesthetic measure (Mesure esthétique)*, Cambridge, Harvard University Press, 1933, cité dans **[14]** vol.2 p.48.
[375] Voir à ce propos l'article de Franck Jedrzejewski dans **[19]** pp.155-157.

Bibliographie

Source primaire

[1] EULER Leonhard, *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae*, Saint-Pétersbourg, Typographia academiae scientarum, 1739

Sources secondaires

[2] ABROMONT Claude, *Guide de la théorie de la musique*, Paris, Fayard/Lemoine, 2001

[3] ACCAOUI Christian, *Éléments d'esthétique musicale*, Paris, Actes Sud, 2011

[4] ALEMBERT Jean LE ROND d', *Éléments de musique théorique et pratique*, Plan-de-la-Tour, Éditions d'aujourd'hui, 1984 (édition originale : 1779)

[5] ASSELIN Pierre-Yves, *Musique et tempérament*, Paris, Éditions Costallat, 1985

[6] BAILHACHE Patrice, *La musique traduite en mathématiques : Leonhard Euler*, Communication au colloque du Centre François Viète « Problèmes de traduction au XVIIIe siècle », Nantes, 1997

[7] BAILHACHE Patrice, *Jacques Vaucanson et la musique*, 2009, en ligne : http://patrice.bailhache.free.fr/conferences/Vaucanson-cnam-2009-04-07.pdf, consulté le 29/06/2018

[8] BAILHACHE Patrice, *L'acoustique musicale par les nombres naturels*, 2007, en ligne : http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/Bailhache.pdf, consulté le 29/06/2018

[9] BARBIERI Patrizio, *Galileo's coincidence theory of consonances from Nicomachus to Sauveur* in *Recercare XIII*, Lucca, Libreria musicale italiana, 2002

[10] BARBIERI Patrizio, *Il sistema armonico di Tartini nelle censure di due celebri fisico-matematici : Eulero e Riccati* in *Tartini: il tempo e le opere*, Bologne, Societa editrice il Mulino, 1994

[11] BARBIERI Patrizio, *Tartinis dritter Ton und Eulers harmonische Exponenten*, 1992, en ligne : http://www.patriziobarbieri.it/pdf/dritterton.pdf, consulté le 29/06/2018

[12] BEMETZRIEDER Anton, *Nouvel essai sur l'harmonie*, Londres, Forgotten books, 2018 (édition originale : 1781)

[13] BURMEISTER Joachim, *Musica poetica*, Wavre, Mardaga, 2007 (édition originale :1606)

[14] EULER Leonhard, *Écrits sur la musique volumes 1&2*, Paris, Hermann, 2015 Édition et commentaires par Renzo Caddeo, Xavier Hascher, Pierre Jehel, Athanase Papadopoulos et Hélène Papadopoulos.

[15] FUX Johann Joseph, *Gradus ad parnassum*, Wavre, Mardaga, 2000 (édition originale : 1725)

[16] GASSENDI Pierre, *Initiation à la théorie de la musique*, Aix-en-Provence, Edisud, 1992 (édition originale : 1655)

[17] GOTTSCHEWSKI Hermann, *Leonhard Euler* in *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Cassel, Bärenreiter/Metzler, 2001

[18] GREATED Clive, *Leonhard Euler* in *Grove music online*, 2001, en ligne : https://doi.org/10.1093/gmo/9781561592630.article.09072, consulté le 13/02/2018

[19] HASCHER Xavier et PAPADOPOULOS Athanase, *Euler, mathématicien, physicien et théoricien de la musique*, Paris, C.N.R.S. Éditions, 2015

[20] HELLEGOUARCH Yves, *L'essai d'une nouvelle théorie de la musique de Leonhard Euler*, Paris, Séminaire de philosophie et mathématiques fascicule 8, 1986

[21] HONEGGER Marc, *EULER, Leonhardt* in *Dictionnaire de la musique*, Paris, Bordas, 1979

[22] HUYGENS Christiaan, *Le cycle harmonique & Novus cyclus harmonicus*, Utrecht, The diapason press, 1986 (édition originale :1691/1724)

[23] JEDRZEJEWSKI Franck, *Mathématiques des systèmes acoustiques*, Paris, l'Harmattan, 2002

[24] LATTARD Jean, *Gammes et tempéraments musicaux*, Paris, Masson, 1988

[25] LOULIÉ Étienne, *Nouveau système de musique*, Paris, Ballard, 1698

[26] MATTHESON Johann, *Grosse General-Baß-Schule*, 1731, 1.Teil, en ligne : http://hz.imslp.info/files/imglnks/usimg/b/b7/IMSLP82618-PMLP168303-1.Teil.pdf

[27] MERSENNE Marin, *Harmonie universelle*, Paris, C.N.R.S. Éditions, 1963 (édition originale : 1636)

[28] PAQUIER Yannis, *La théorie mathématique de la musique selon Leonhard Euler*, sous la direction de Jacques Sesiano, 2008, en ligne : http://sma.epfl.ch/~ypaquier/ProjetEuler.pdf, consulté le 9/01/2018

[29] RAMEAU Jean-Philippe, *Traité de l'harmonie*, Madrid, Arte Tripharia, 1984 (édition originale : 1722)

[30] SAUVEUR Joseph, *Collected writings on musical acoustics*, Utrecht, The diapason press, 1984 (édition originale :1700-1713)

[31] TRACHIER Olivier, *Aide mémoire du contrepoint du XVI^e^ siècle*, Paris, Durand,1995

[32] VICENTINO Nicola, *L'antica musica ridotta alla moderna prattica*, 1555, en ligne : http://ks.imslp.net/files/imglnks/usimg/4/42/IMSLP103055-PMLP210243-Vicentino-full.pdf, consulté le 28/10/2018

[33] ZARLINO Gioseffo, *Le istitutioni harmonische*, 1573, en ligne : http://conquest.imslp.info/files/imglnks/usimg/3/37/IMSLP106837-PMLP156553-le_istituzioni_harmoniche.pdf, consulté le 28/10/2018

Site internet

KLYVE Dominic, *The Euler archive*, http://eulerarchive.maa.org, consulté le 9/01/2018

Ce travail n'aurait pu exister sans la bienveillance patiente de Pierre Cazes,
qu'il trouve ici la gratitude qui lui est due.

Samuel Plantard naît musicien dans le concert de ses premiers cris. À six ans il choisit l'alto, instrument dont la beauté semble se confondre en celle qui le lui fait découvrir. Sa nature curieuse lui offre nonobstant d'autres passions, telles que les mathématiques, la poésie et le chocolat au lait, praliné, avec une pointe de sel. Confronté au choix impérieux de la vocation, il se tourne vers le monde musical, considérant la plus forte probabilité d'y rencontrer la femme de sa vie. Il poursuit actuellement ses études supérieures d'écriture au conservatoire de Paris, et celles d'alto à l'autre conservatoire de Paris. Porté par des personnalités exceptionnelles, notamment Marie-Christine Witterkoër, Olivier Trachier, Yves Henry, Thomas Lacôte, Françoise Gnéri et Laurent Verney, il a fait la devise de l'homo musicans sienne, et envisage sereinement l'avenir qui se trouve devant lui, à moins qu'il ne fasse demi-tour.