CONSERVATOIRE NATIONAL SUPERIEUR DE MUSIQUE ET DE DANSE DE PARIS
Formation Supérieure aux Métiers du Son

Concours d'entrée 09 juin 2020 : Epreuve de mathématique
Durée : 2 heures (Sans document, calculatrice autorisée)

Dans toute l'épreuve, on notera i le nombre imaginaire : $i = \sqrt{(-1)}$

Exercice 1 (Nombres complexes)

On considère le polynôme de la variable complexe z suivant :

$$\boldsymbol{P(z) = z^3 + (-7 + 5i)z^2 + (29 - 16i)z - 3(17 - i)}$$

1. Montrer que p(z) admet une racine complexe z_1 réelle pure de la forme $z_1 = a$ où a est un nombre entier que l'on déterminera.
2. En déduire les 2 autres racines complexes de P(z), on notera z_1, z_2 et z_3 les racines de ce polynôme *(<u>Indication</u> : lorsque le déterminant Δ d'un trinôme du 2^nd degré est complexe (Δ=a+ib), on doit chercher à l'exprimer sous la forme du carré d'un nombre complexe (soit Δ=(x+iy)²). Le nombre complexe* $\sqrt{\Delta} = x + iy$ *pourra alors être déterminé par identification des parties réelles et imaginaires.)*
3. Calculer l'affixe du point G, centre de gravité du triangle ABC.
4. Calculer l'affixe du point K, centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Exercice 2 (Nombres complexes et polynômes)

On veut résoudre dans C, espace des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 - (5 + 6i)z - 2 + 14i = 0$$

1. Montrer que le déterminant Δ de ce trinôme du 2^nd degré est complexe et exprimer le nombre complexe $\sqrt{\Delta}$ sous forme algébrique $\sqrt{\Delta} = x + iy$.
2. En déduire l'expression algébrique des racines complexes de ce trinôme que l'on notera Z_A et Z_B.
3. Déterminer l'affixe Z_I du milieu du segment [AB] où A et B sont les points d'affixes respectives Z_A et Z_B.

Exercice 3 (Nombres complexes et polynômes)

On veut résoudre dans C, espace des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 - (3 + 4i)z - 1 + 5i = 0$$

1. Montrer que le déterminant Δ de ce trinôme du 2^nd degré est complexe et exprimer le nombre complexe $\sqrt{\Delta}$ sous forme algébrique $\sqrt{\Delta} = x + iy$
2. En déduire l'expression algébrique des racines complexes de ce trinôme que l'on notera Z_A et Z_B.
3. Déterminer la (ou les) affixe(s) du (des) point(s) C tel(s) que le triangle ABC soit équilatéral.

Exercice 4 (décomposition en éléments simples, calcul intégral)

*On considère la fraction rationnelle de polynômes suivante où la variable **x** est réelle :*

$$f(x) = \frac{8x^2-15x+6}{2x^3-5x^2+4x-1}$$

1. Donner le domaine de définition de la fonction f.
2. Donner la décomposition en éléments simples de f(x) en précisant les constantes.
3. En déduire l'expression de F(x) primitive de f(x).
4. Calculer la valeur exacte de l'intégrale : $I = \int_{-1}^{0} f(x)dx$

Exercice 5 (décomposition en éléments simples, calcul intégral)

*On considère la fraction rationnelle de polynômes suivante où la variable **x** est réelle :*

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)^2(x+2)^2}$$

1. Donner le domaine de définition de la fonction f.
2. Donner la décomposition en éléments simples de f(x) en précisant les constantes.
3. En déduire l'expression de F(x) primitive de f(x).
4. Calculer la valeur exacte de l'intégrale : $I = \int_{-1}^{0} f(x)dx$

Exercice 6 (décomposition en éléments simples)

*On considère la fraction rationnelle de polynômes suivante où la variable **x** est réelle :*

$$f(x) = \frac{-7x^2+3x-6}{(x^2+1)(x-1)}$$

1. Donner la décomposition en éléments simples de f(x) en précisant les valeurs des constantes de la décomposition.

Exercice 7 (Fonctions de 2 variables et calcul différentiel)

On considère la fonction f suivante où x et y sont des variables réelles :

$$f(x,y) = 2(x-y)^2 - x^4 - y^4$$

1. Calculer les dérivées partielles premières de f : $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ et exprimer le vecteur gradient de f noté $\overrightarrow{\nabla}f(x,y) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$

On admet que les points stationnaires d'une fonction f(x,y) sont les points qui annulent son vecteur gradient , soit $\overrightarrow{\nabla}f(x,y) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right] = \vec{0}$

2. Déterminer les coordonnées du (ou des) point(s) stationnaire(s) de la fonction f.

   On appelle matrice Hessienne de la fonction f la matrice H(x,y) définie par

$$\mathrm{H}(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

3. Calculer les dérivées partielles secondes de f : $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ et en déduire la matrice Hessienne de f.

Exercice 8 (Systèmes linéaires –inéquations - fonction logarithme en base a et exponentielle)

*<u>Indication</u> : on rappelle que **log** est le logarithme en base 10 et que*

$\boldsymbol{\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\log(x)}{\log(a)}}$ *désigne plus généralement le logarithme en base a*

1. Résoudre dans R le système suivant

$$\begin{cases} x - y = -2\ln(3) \\ 2e^{-x} - 9e^{-y} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

2. Résoudre dans R les systèmes suivant :

$$\begin{cases} x + y = 29 \\ \log(x) + \log(y) = 2 \end{cases}$$

3. Résoudre dans R les systèmes suivant :

$$\begin{cases} x + y = 133 \\ \ln(x) + \ln(y) = 3\ln(10) \end{cases}$$

4. Déterminer le plus petit entier n tel que

$$\boldsymbol{(0,7)^n \leq 0.01}$$

CONSERVATOIRE NATIONAL SUPERIEUR DE MUSIQUE ET DE DANSE DE PARIS
Formation Supérieure aux Métiers du Son

Concours d'entrée 09 juin 2020 : Epreuve de physique
Durée : 2 heures (Sans document, calculatrice autorisée)

Dans toute l'épreuve, on notera $\boldsymbol{j}$ *le nombre imaginaire :* $\boldsymbol{j} = \sqrt{(-1)}$

Exercice 1 (association de dipôles et résonance électrique)

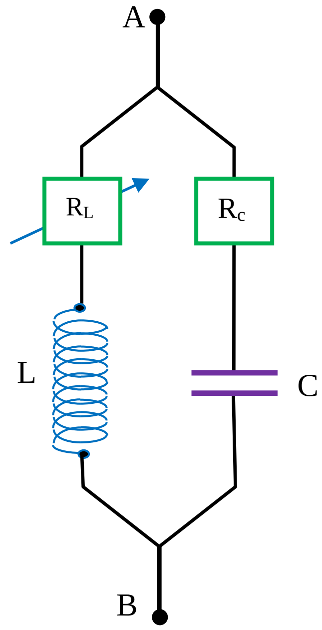
On rappelle que pour un dipôle électrique d'impédance complexe **Z** (ou d'admittance complexe **Y**) parcouru par un courant d'intensité **I** et aux bornes duquel siège une tension **U**, nous avons les relations suivantes :

- $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}.\boldsymbol{I}$ **et** $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}.\boldsymbol{U}$ *(loi d'Ohm généralisée)*
- $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{jX}$ où **R** désigne la résistance du dipôle et **X** sa réactance en ohms (Ω)
- $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{jB}$ où **G** désigne la conductance du dipôle et **B** sa susceptance en siemens (S).
- $\boldsymbol{Facteur\ de\ puissance\ du\ dipôle}$: $(\boldsymbol{FP}) = \mathbf{cos}(\boldsymbol{\varphi})$ où $\boldsymbol{\varphi}$ désigne le déphasage entre la tension aux bornes de ce dipôle **U** et l'intensité **I** du courant qui le traverse.

Répondre sans justification par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes :

Une association série et/ou parallèle de dipôles R, L ou C (respectivement dipôles résistif, inductif ou capacitif) est en résonance si :

1. La **résistance** de l'impédance complexe $\mathbf{Z_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est minimale**.
2. L'impédance complexe $\mathbf{Z_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est un réel pur positif**.
3. La **conductance** de l'admittance complexe $\mathbf{Y_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est nulle**.
4. La susceptance de l'admittance complexe $\mathbf{Y_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est nulle**.
5. **L'argument de l'impédance** complexe $\mathbf{Z_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est égal à π** (modulo 2π).
6. **L'argument de l'admittance** complexe $\mathbf{Y_{eq}}$ associée au dipôle équivalent à l'ensemble de l'association **est égal à π/2** (modulo 2π).
7. **Le déphasage** entre la tension **U** aux bornes du dipôle équivalent à l'ensemble de l'association et l'intensité **I** du courant qui le traverse **est nul** (modulo 2π).
8. La tension **U** aux bornes du dipôle équivalent et l'intensité **I** du courant qui le traverse sont en **en opposition de phase**.
9. **Le facteur de puissance** du dipôle équivalent à l'ensemble de l'association est égal à **-1**.
10. **Le facteur de puissance** du dipôle équivalent à l'ensemble de l'association est **maximal**.



Exercice 2 (résonance électrique)

On considère l'association de dipôles ci-contre constituée d'une résistance variable **R_L** , d'une résistance fixe **R_C** , d'un condensateur de capacité **C** et d'une bobine, supposée idéale, d'inductance **L**. Cette association de dipôles est alimentée aux travers de ses bornes A et B par un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale de pulsation **ω**.

L'objet de l'exercice est de déterminer la (ou les) valeur(s) de la résistance variable **R_L** permettant d'obtenir un circuit résonnant à une pulsation donnée **ω = ω_0.**

<u>Données</u> : **L** $= \mathbf{10}\ \boldsymbol{mH}$, $\boldsymbol{R_C} = \mathbf{100}\ \boldsymbol{\Omega}$; **C = 20 µF et ω_0 = 1000 rad.s^{-1}**.

1. En notant **X** = **R_L** et en utilisant les données numériques ci-dessus, donner l'expression en fonction de **X**, de l'admittance équivalente **Y_{eq}**, nombre complexe que l'on présentera sous sa forme algébrique.

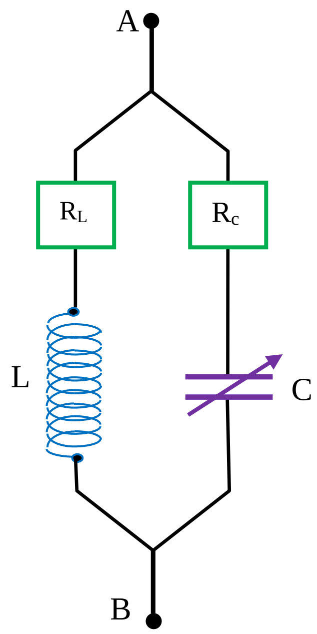
2. En déduire l'expression, en fonction de **X**, de la conductance équivalente **G_{eq}** du dipôle équivalent.

3. En déduire de même l'expression littérale, en fonction de **X**, de la susceptance équivalente **B_{eq}** du dipôle équivalent.

4. Exprimer l'équation que doit vérifier la résistance **X** pour avoir une résonance à la pulsation **ω_0**. En déduire la (ou les) valeur(s) numérique(s) de la résistance **R_L** permettant d'atteindre la résonance.

5. Calculer la valeur de l'admittance équivalente Yeq(**ω_0**) aux bornes de A et B lorsque la résonance est atteinte. Préciser l'unité.

6. En déduire la valeur de l'impédance équivalente Zeq(**ω_0**) aux bornes de A et B lorsque la résonance est atteinte. Préciser l'unité.



Exercice 3 (résonance électrique)

On considère l'association de dipôles ci-contre constituée de deux résistances fixes **R_L** et **R_C** , d'un condensateur de capacité variable **C** et d'une bobine, supposée idéale, d'inductance **L**. Cette association de dipôles est alimentée aux travers de ses bornes A et B par un générateur basse fréquence délivrant une tension sinusoïdale de pulsation **ω**.

L'objet de l'exercice est de déterminer la (ou les) valeur(s) de la capacité variable **C** permettant d'obtenir un circuit résonnant à une pulsation donnée **ω = ω_0.**

<u>Données</u> : **L** $= \mathbf{20}\ \boldsymbol{mH}$, $\boldsymbol{R_C} = \mathbf{25}\ \boldsymbol{\Omega}$; $\boldsymbol{R_L} = \mathbf{30}\ \boldsymbol{\Omega}$ **et ω_0 = 2000 rad.s^{-1}**.

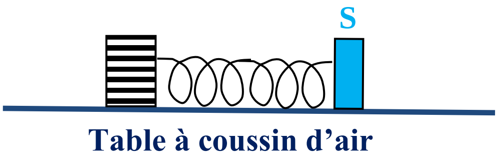
1. Montrer que la condition de résonance à la pulsation ω_0 conduit à une équation du 2nd degré de la variable **C** (capacité variable), équation dont on explicitera les coefficients à l'aide des données numériques ci-dessus.

2. Donner la (ou les) valeur(s) numérique(s) de la capacité variable **C** permettant d'atteindre la résonance à la pulsation ω_0.

Exercice 4 (oscillateur mécanique)

On considère un ressort de raideur **k**, de masse négligeable fixé à l'une de ses extrémités à un point fixe et auquel est accroché, à un son autre extrémité, un solide **S** de masse **m**. L'ensemble masse-ressort peut se déplacer <u>sans frottement</u> sur une table horizontale à coussin d'air.
A partir de la position d'équilibre, on déplace le solide d'une distance x_0 pour le relâcher ensuite sans vitesse initiale.

<u>Données numériques</u>: **m** = **300g** .



On note **x(t)** le déplacement horizontal du solide par rapport à sa position d'équilibre.

1. Exprimer littéralement en fonction de **x(t)**, l'énergie cinétique $\mathbf{E_c(t)}$ du solide S à chaque instant t du mouvement.

2. Exprimer littéralement en fonction de **x(t)**, l'énergie potentielle élastique $\mathbf{E_p(t)}$ du solide S à chaque instant **t** du mouvement.

3. Exprimer littéralement en fonction de **x(t)**, l'énergie mécanique $\mathbf{E_m(t)}$ du solide S à chaque instant **t** du mouvement.

4. Que peut dire de cette énergie mécanique d'après les conditions expérimentales ? En déduire, à partir d'une différentielle de l'énergie mécanique, l'équation différentielle du mouvement du solide S.

5. Donner les expressions littérales de la pulsation ω_0 et de la période $\mathbf{T_0}$ des oscillations.

6. Donner l'expression générale de **x(t)**, solution de l'équation différentielle du mouvement du solide S. Quelle est la nature du mouvement du solide S ?

7. On relève expérimentalement **20** oscillations du solide autour de sa position d'équilibre pendant une durée de **10 s**. Calculer la raideur **k** du ressort en précisant l'unité.

Exercice 5 (Intensité et niveau sonore)

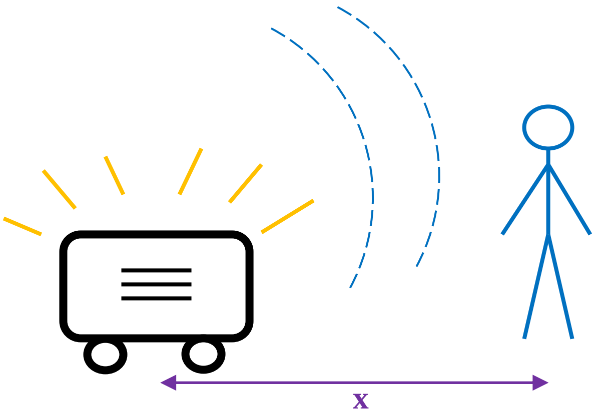
On rappelle ci-dessous la relation liant l'intensité acoustique **I** (exprimé en W.m^{-2}) et le niveau acoustique **L** (exprimé en dB) :

$L = 10log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ où I_0 désigne l'intensité acoustique de référence correspondant au seuil d'audibilité et où **log** désigne la fonction logarithme <u>**décimal**</u>.

L'intensité acoustique **I** (exprimée en W.m^{-2}) est liée à la puissance **P** (exprimée en W) du transfert de l'énergie reçue au voisinage d'un point par un récepteur de surface **S** (exprimée en m^2) par la relation : $I = \frac{P}{S}$

A la distance r (en mètre) d'une source sonore, l'énergie étant supposée répartie sur la sphère de rayon r, on a la relation : $\boldsymbol{I = \frac{P}{4\pi r^2}}$

On s'intéresse à la nuisance sonore occasionnée par une machine de chantier de puissance acoustique **P = 25 mW** sur un chantier de travaux public.



1. Déterminer l'expression littérale du niveau acoustique **L(x)** perçu à une distance **x** de la machine de chantier.
2. Montrer que ce niveau acoustique **L(x)** peut s'exprimer comme une fonction affine de **log(x)**, soit sous la forme $\boldsymbol{L(x) = a log(x) + b}$
3. Préciser les expressions littérales du coefficient directeur **a** et de l'ordonnée à l'origine **b**.
4. Expliquer qualitativement ce que représentent ces deux grandeurs dans le contexte étudié.
5. Faire l'application numérique et donner l'expression affine numérique de **L(x)**.
6. Tracer la représentation de **L(x)** en fonction de **log(x)** en précisant clairement sur la figure comment y retrouver le coefficient directeur **a** et l'ordonnée à l'origine **b**.
7. Les normes de prévention au travail imposent un port de protections auditives lorsque le niveau sonore dépasse **85 dB**. Quelle est le rayon autour de la machine en dessous duquel un employé doit obligatoirement porter des protections auditives ?
8. Quel est le niveau acoustique perçu par des habitants d'un immeuble situé à **10 mètres** de la machine.
9. Quel est le niveau acoustique perçu par des habitants d'un immeuble situé à **100 mètres** de la machine.

MORCEAU	ARTISTE	ALBUM
1-Be My Baby	The Ronettes	Presenting the fabulous Ronettes featuring Veronica
2-Down By The Water	PJ Harvey	To Bring You My Love
3-The Watcher	Dr Dre, Eminem	2001
4-Astronomy Domine	Pink Floyd	The Piper at the Gates of dawn (2011 remaster)
5-Sultans of Swing	Dire Straits	Dire Straits
6-Harder, Better, Faster , Stronger	Daft Punk	Discovery
7- White Gloves	Khruangbin	The Universe Smiles Upon You
8-Good Times Bad Times	Led Zeppelin	Led Zeppelin
9-Le Grand Sommeil	Etienne Daho	La Notte, la notte (2014 remaster)
10-The Guns of Brixton	The Clash	London Calling
11-Take Me Out	Franz Ferdinand	Franz Ferdinand
12-Ain’t That Easy	D’Angelo	Black Messiah
13-Lust For Life	Iggy Pop	Lust For Life
14-Bull In The Heather	Sonic Youth	Experimental Jet Set , Trash and No Star
15-Georgia Boy	Al Green	The Belle Album
16- Ever Fallen In Love(with someone you shouldn’t’ve ?)	Buzzcocks	Love Bites
17-Loaded-remastered	Primal Scream	Maximum Rock’n’roll : the singles
18-Vitamin C	CAN	Ege Bamyasi (remastered)

MORCEAU	ARTISTE	ALBUM
19-Tempo (feat. Missy Elliott)	Lizzo, Missy Elliott	Cuz I Love U
20-La Ritournelle	Sebastien Tellier	Politics

FSMS – Concours entrée 2020

Épreuve de reconnaissance d'œuvres

Webern :	*Sechs Stücke für Orchestrer* op 6 n°3
Rossini :	*L'Italienne à Alger*, extrait
Haydn :	Quatuor en Ré majeur op. 1, *Finale*
Beethoven :	Sonate *Le Printemps*, scherzo
Liszt :	*Deuxième concerto* pour piano
Debussy :	*Pelléas et Mélisande*, extrait (scène à la fontaine)
Bartók :	Quatuor n°5, Scherzo
Boulez :	*Anthèmes* 2
Corelli :	Concerto n°11 : *Gigue*
Pergolèse :	*Stabat Mater :* Amen
Grieg :	*Peer Gynt*, extrait
Mahler :	*Symphonie n°6,* début
Monteverdi :	*Ecco pur ch'a voi ritorno*
Fauré :	*Trio* avec piano : *Finale*
De Falla :	*El Sombrero de Tres Picos,* extrait
Hindemith :	*Kammermusik n°2 Finale*
Glinka :	*Ruslan&Lyudmila*, entracte
Schumann :	*Lied : In der Fremde*
Rachmaninov :	Prélude opus 32 n°1
Ravel :	*Valses nobles et sentimentales*, extrait (début)